სერგო ცირამუა

რთული სისტემების სტრუქტურული ანალიზი

სალექციო–პრაქტიკული კურსი

საქართველოს უნივერსიტეტის
გამომცემლობა

სერგო ცირამუა

რთული სისტემების სტრუქტურული ანალიზი

სალექციო-პრაქტიკული კურსი

სახელმძღვანელო „რთული სისტემების სტრუქტურული ანალიზი“ შექმნილია საქართველოს უნივერსიტეტის 2022 წლის შიდა საგრანტო პროექტის „სისტემების სტრუქტურული ანალიზის ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების კომპიუტერული პროგრამული კომპლექსის შექმნა“ ფარგლებში, რომელიც წინამდებარე წიგნის ავტორის ხელმძღვანელობით განხორციელდა.
სასწავლო პროცესის ავტომატიზაციისა და პრაქტიკული დავალებების კომპიუტერზე შესრულების მიზნით დამუშავდა სახელმძღვანელოს თანმხლები კომპიუტერული უზრუნ-ველყოფა www.ssa.ug.edu.ge. ვებ აპლიკაციას საფუძვლად დაედო სამაგისტრო კურსში „სისტემების სტრუქტურული ანალიზი“ განხილული ლოგიკურ-ალბათური მეთოდები, მოდელები და ალგორითმები. სახელმძღვანელოს ავტორი დიდ მადლობას უხდის პროექტში მონაწილე ყველა კოლეგას და სტუდენტს.

წინამდებარე სახელმძღვანელოს და პროგრამული უზრუნველყოფის გამოყენებით მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების სკოლის მაგისტრატურისა და დოქტორანტურის სტუდენტები შეძლებენ რთული სისტემების დაპროექტებისა და ფუნქციონირების პროცესის მათემატიკურ მოდელირებას, სისტემების ეფექტიანობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების განხორციელებას და ოპტიმალური მართვის ამოცანების გადაწყვეტას.

რედაქტორი
მარინა ჟღენტი

კომპიუტერული უზრუნველყოფა
მაია ფეიქრიშვილი

ISBN 978-9941-9896-8-1

ს ა რ ჩ ე ვ ი

შესავალი

სახელმძღვანელოში განხილულია სხვადასხვა ტიპის რთული სისტემების, მათი შემადგენელი კომპონენტების (ელემენტების), სტრუქტურებისა და პროცესების აღწერის, კვლევის, ანალიზისა და ოპტიმიზაციის საკითხები. გადმოცემულია სისტემების თეორიისა და სისტემური მიდგომის არსი, კონცეფცია, მახასიათებლები და პრინციპები. წარმოდგენილია რთული სტრუქტურის სისტემების ეფექტიანობის კრიტერიუმების – საიმედოობის, სიცოცხლისუნარიანობის, მტყუნებამდგრადობის, მოქნილობის, მანევრირებადობის, რისკებისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასების მეთოდები. სისტემების სტრუქტურული ანალიზის მეთოდებით ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერი სისტემის ეფექტიანობა მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული მის სტრუქტურაზე – ელემენტების ურთიერთგანლაგებასა და მათ შორის ურთიერთკავშირზე. სწორედ სტრუქტურიდან გამომდინარე შესაძლებელია მიღწეული იქნას სისტემის მაღალი საიმედოობა დაბალი საიმედოობის მქონე ელემენტებით და პირიქით, ვერ იქნას მიღწეული სისტემის მაღალი საიმედოობა მაღალი საიმედოობის ელემენტებით [1]. აქედან გამომდინარე, ოპტიმალური სტრუქტურისა და მაღალი საიმედოობის სისტემების დაპროექტების მიზნით აუცილებელია ჯერ კიდევ დაპროექტების ადრეულ ეტაპზე სისტემების ფუნქციონირების პროცესის მოდელირებისა და ეფექტიანობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების საფუძველზე განხორციელდეს მათი სტრუქტურული ანალიზი, კვლევა და ოპტიმალური დაპროექტება.

წინამდებარე სახელმძღვანელოში რთული სისტემების კვლევის, სტრუქტურული ანალიზის, ფუნქციონირების პროცესის მოდელირებისა და ეფექტიანობის მაჩვენებლების რაოდენობრივი შეფასების მოდელები ეფუძნება ლოგიკურ-ალბათურ მეთოდებს, რომლებიც უნივერსალურია და მათი გამოყენება შესაძლებელია სისტემათა ფართო კლასისთვის.

ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების არსი მდგომარეობს შემდეგში: ლოგიკური ფუნქციებით აღიწერება სისტემის სტრუქტურა და ფუნქციონირების პროცესი. ლოგიკური ფუნქციების გარდაქმნით მიიღება ლოგიკური ცვლადების ალბათური მაჩვენებლებით და ლოგიკური ოპერაციების მათემატიკური ოპერაციებით ჩანაცვლების ალგებრული გამოსახულება. მიღებულ გამოსახულებაში ალბათური მონაცემების შეტანა იძლევა სისტემის ეფექტიანობის მაჩვენებლების რაოდენობრივი, კერძოდ კი ალბათური შეფასების შესაძლებლობას. სისტემის ეფექტიანობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების მაჩვენებლებს ეფუძნება სისტემების სტრუქტურების კვლევა, ანალიზი და ოპტიმიზაცია, რაც ძალზედ მნიშვნელოვანია მაღალი ეფექტიანობის სისტემის სინთეზისა და დაპროექტებისთვის.

სისტემების რისკებისა და უსაფრთხოების მაჩვენებლების შეფასების მიზნით გამოიყენება სისტემის საფრთხის (საშიშ) მდგომარეობაში გადასვლის სცენარის ლოგიკური ფუნქციით აღწერის მეთოდი, რომლის ლოგიკურ ელემენტებსაც წარმოადგენს საფრთხის მაინიცირებელი ხდომილებები და მაინიცირებელი პირობები. საფრთხის მდგომარეობის სცენარის ლოგიკური ფუნქცია ასევე დაიყვანება ალბათურ მოდელზე, რაც იძლევა საშუალებას განხორციელდეს რისკებისა და უსაფრთხოების ალბათური შეფასებები. ეს კი გვეხმარება სისტემის სუსტი ადგილების გამოვლენაში და რისკების ოპტიმიზაციაში.

სახელმძღვანელოში განხილულია არა მარტო ერთფუნქციური ელემენტების, არამედ მრავალფუნქციური ელემენტების ბაზაზე შექმნილი რეკონფიგურირებადი, გადაწყობადი სტრუქტურის სისტემების ლოგიკურ-ალბათური მოდელირების საკითხები, რაც, შეიძლება ითქვას, რომ ნაკლებად არის შესწავლილი და კვლევის დიდ არეალს მოიცავს.

სახელმძღვანელოში განხილული იქნება ტექნიკური, გამოთვლითი, ინფორმაციული, ადამიანურ-მანქანური სისტემების სტრუქტურისა და პროცესების აღწერის, პრინციპული და ლოგიკური სქემების აგების, ეფექტიანობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების, ანალიზისა და სტრუქტურის ოპტიმიზაციის (გაუმჯობესების, სრულყოფის) საკითხები. სასწავლო პროცესის გაუმჯობესების მიზნით პრაქტიკული დავალებები შესრულდება კომპიუტერზე პროგრამაში Logisim.exe და სპეციალურად „სისტემების სტრუქტურული ანალიზის“ სამაგისტრო კურსისთვის შექმნილ პროგრამაში www.ssa.ug.edu.ge.

სახელძღვანელო განკუთვნილია ინფორმატიკის, IT მენეჯმენტის, ბიზნესის, ინჟინერიისა და მათემატიკის სპეციალობის მაგისტრანტების, დოქტორანტებისა და აღნიშნული პრობ-ლემებით დაინტერესებული სპეციალისტებისთვის.

თავი 1.
სისტემები და მათი შეფასების კრიტერიუმები

1.1. სისტემების თეორია და სისტემური მიდგომა

ტექნიკური, ინფორმაციული, ეკონომიკური, ეკოლოგიური, ფინანსური, პოლიტიკური, სოციალურიდასხვანებისმიერისახისმოვლენისათუპროცესებისკვლევისასმნიშვნელოვანია სისტემური მიდგომა, რომელიც ეფუძნება სისტემების გარემოსთან ურთიერთზემოქმედების საკითხებს, სისტემების შემადგენელი ელემენტების (კომპონენტების, ობიექტების), ამ ელემენტთა ურთიერთკავშირების (სტრუქტურის) და გარეგანი და შინაგანი პროცესების კვლევას. ბუნებრივია, ნებისმიერი სახის სისტემის, ქსელებისა თუ კომპლექსების ეფექ-ტიანობის მაჩვენებლების – საიმედოობის, უსაფრთხოებისა და რისკების კვლევისას, ასევე მნიშვნელოვანია სისტემური მიდგომა.

ცნობილი ქართველი მეცნიერი ივერი ფრანგიშვილი სისტემების თეორიაში ბოლო მიღწევების გათვალისწინებით განმარტავს, რომ სისტემური მიდგომის მთავარი სამეც-ნიერო, მეთოდოლოგიური მნიშვნელობა მდგომარეობს იმაში, რომ ის საშუალებას აძლევს თანამედროვე მკვლევრებს გამოავლინონ და შეიცნონ სისტემურობის პრინციპი, რომელიც ვლინდება პრაქტიკულად ყველა მოვლენასა და პროცესში ბუნებაში, საზოგა-დოებასა და ცალკე აღებულ ადამიანში. სისტემური მიდგომა ეფუძნება კვლევის ობი-ექტების, მოვლენებისა და პროცესების ერთიან ხედვას და წარმოადგენს ყველაზე უფრო უნივერსალურ და ადეკვატურ მეთოდს ტექნიკური, ეკონომიკური, სოციალური, ეკოლოგიური, პოლიტიკური და სხვა ტიპის სისტემების ანალიზისა და გამოკვლევებისთვის. ამრიგად, სისტემური მიდგომა მართვაში საშუალებას იძლევა გამოვლენილ იქნას მართვის მექანიზმების არსი, შემცველობა და განხორციელდეს მართვის ახალი კონცეფციის მოძიება. აღნიშნული მტკიცების სამართლიანობის დადასტურება შესაძლებელი გახდა მეცნიერების მიერ გასული საუკუნის ბოლოს და 21-ე საუკუნის დასაწყისში ისეთი მძლავრი ინსტრუმენტის განვითარება-გამოყენებით, როგორიცაა სისტემებისა და პროცესების მოდელირება, რომლის გარეშეც შეუძლებელია არამარტო სხვადასხვა კატეგორიის ობიექ-ტების სისტემური თავისებურებების გამოვლენა-შესწავლა, არამედ ნებისმიერი პროცესის მართვა – სამეცნიერო საქმიანობის, სახელმწიფოს, კომპანიებით დაწყებული და ცალკე აღებული სუბიექტის არსებობით დამთავრებული [2].

სისტემების თეორია არის ურთიერთქმედების პროცესების თეორია და მათი გავლენა ერთმანეთზე გარკვეული პერიოდის განმავლობაში, რათა დაუშვას უფრო დიდი მთლიანობის უწყვეტობა.

სისტემების თეორია არის სისტემების ტრანსდისციპლინარული შესწავლა, ანუ ურთი-ერთდაკავშირებული, ურთიერთდამოკიდებული კომპონენტების შეკრული ჯგუფები, რომ-ლებიც შეიძლება იყოს ბუნებრივი ან ადამიანების მიერ შექმნილი. სისტემური მიდგომა არის ცოდნისა და დიალექტიკის თეორიის გამოყენების ფორმა ბუნებაში, საზოგადოებასა და აზროვნებაში მიმდინარე პროცესების შესასწავლად. სისტემური მიდგომა მკვლევ-რების ყურადღებას წარმართავს ობიექტის მთლიანობის გამოვლენისკენ, მასში არსე-

ბული მრავალფეროვანი კავშირების გამოვლენისა და ერთიან თეორიულ სურათში გაერთიანებისკენ.

სისტემური მიდგომა ყველაზე უნივერსალური მეთოდია რთული სისტემების შესწავლისა და ანალიზისთვის. ობიექტები განიხილება როგორც სისტემა, რომელიც შედგება რეგულარულად სტრუქტურირებული და ფუნქციურად ორგანიზებული ელემენტებისგან. სისტემური მიდგომა არის ობიექტების ან მათ შესახებ ცოდნის სისტემატიზაცია და გაერთიანება მათ შორის მნიშვნელოვანი კავშირების დამყარებით. სისტემური მიდგომა გულისხმობს თანმიმდევრულ გადასვლას ზოგადიდან კონკრეტულზე, როდესაც განხილვის საფუძველი არის კონკრეტული საბოლოო მიზანი, რომლის მიღწევისთვისაც იქმნება მოცემული სისტემა. ეს მიდგომა ნიშნავს, რომ თითოეული სისტემა არის ინტეგრირებული მთლიანობა მაშინაც კი, როდესაც იგი შედგება ცალკეული განსხვავებული ქვესისტემებისგან.

სისტემური მიდგომის არსი მდგომარეობს სისტემების ზოგადი თეორიის მოთხოვნების შესრულებაში, რომლის მიხედვითაც თითოეული ობიექტი მისი შესწავლის პროცესში უნდა განიხილებოდეს, როგორც დიდი და რთული სისტემა და, ამავე დროს, როგორც უფრო ზოგადი ელემენტი – სისტემა. შედარებით დამოუკიდებელი კომპონენტები განიხილება არა იზოლირებულად, არამედ მათ ურთიერთკავშირში, განვითარებასა და მოძრაობაში. როგორც კი იცვლება სისტემის ერთი კომპონენტი, იცვლება სხვებიც. ეს შესაძლებელს ხდის სისტემის ინტეგრაციული თვისებებისა და თვისებრივი მახასიათებლების იდენტიფიცირებას, რომლებიც არ არსებობს სისტემის შემადგენელ ელემენტებში.

სისტემის არსის გამოსახატავად გამოიყენება სხვადასხვა საშუალებები: გრაფიკული, მათემატიკური, მატრიცული, „გადაწყვეტილების ხე" და ა.შ. სისტემურ მიდგომაზე დაფუძნებული კომპიუტერული ტექნოლოგიების გამოყენებით შესაძლებელი ხდება მართვის მეთოდებისა და სტრუქტურის გაუმჯობესება.

სისტემური მიდგომის ძირითადი ცნებებია: **„სისტემა", „სტრუქტურა" და „კომპონენტი".**

„სისტემა" – კომპონენტების (ელემენტების, ობიექტების) ერთობლიობაა, რომლებიც კავშირშია ერთმანეთთან, რომელთა ურთიერთქმედება წარმოშობს ახალ ხარისხს, რომელიც არ არის თანდაყოლილი ამ კომპონენტებისთვის ცალკე.

„კომპონენტი" განიხილება, როგორც ნებისმიერი ობიექტი, რომელიც დაკავშირებულია სხვა ობიექტებთან კომპლექსურად.

„სტრუქტურა" განმარტებულია, როგორც სისტემაში ელემენტების განლაგების და ელემენტებს შორის ფუნქციების განაწილების სქემა; ის ასახავს ელემენტების განლაგების ფორმას და თვისებების ურთიერთქმედების ბუნებას. სტრუქტურა აკავშირებს, გარდაქმნის ელემენტებს, აძლევს გარკვეული მთლიანობის თვისებას, იწვევს ახალი თვისებების გაჩენას, რომლებიც არცერთ მათგანში არ არის თანდაყოლილი. ობიექტი არის სისტემა, თუ ის უნდა დაიყოს ურთიერთდაკავშირებულ და ურთიერთმოქმედ კომპონენტებად. ამ ნაწილებს, თავის მხრივ, აქვთ, როგორც წესი, საკუთარი სტრუქტურა და, შესაბამისად, წარმოდგენილია როგორც ორიგინალური, დიდი სისტემის ქვესისტემები.

სისტემური მიდგომის ძირითადი პრინციპებია:

მთლიანობა, რომელიც საშუალებას იძლევა განიხილოს სისტემა ერთდროულად მთლიანობაში და ამავე დროს ქვესისტემად უფრო მაღალი დონისთვის.

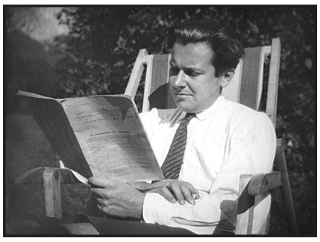
სტრუქტურის იერარქია, ანუ ელემენტების ნაკრების (მინიმუმ ორი) არსებობა, რომელიც მდებარეობს ქვედა დონის ელემენტების უფრო მაღალი დონის ელემენტებზე დაქვემდებარების საფუძველზე.

სტრუქტურირება, რომელიც საშუალებას გაძლევთ გაანალიზოთ სისტემის ელემენტები და მათი ურთიერთობები კონკრეტულ ორგანიზაციულ სტრუქტურაში. როგორც წესი, სისტემის ფუნქციონირების პროცესი განისაზღვრება არა იმდენად მისი ცალკეული ელემენტების თვისებებით, არამედ თავად სტრუქტურის თვისებებით.

სიმრავლე, რაც საშუალებას იძლევა გამოიყენოს სხვადასხვა კიბერნეტიკული, ეკონომიკური და მათემატიკური მოდელები ცალკეული ელემენტებისა და სისტემის მთლიანობაში აღწერისთვის.

სისტემური მიდგომა ითვალისწინებს სისტემის განსაკუთრებული ერთიანობის არსებობას გარემოსთან, იგი განისაზღვრება, როგორც გარე ელემენტების ერთობლიობა, რომელიც გავლენას ახდენენ სისტემის ელემენტების ურთიერთქმედებაზე.

სისტემური მიდგომა, როგორც ზოგადი მეთოდოლოგიური პრინციპი, გამოიყენება მეცნიერების სხვადასხვა დარგში და ადამიანის საქმიანობაში. ეპისტემოლოგიური საფუძველი (ეპისტემოლოგია არის ფილოსოფიის განხრა, რომელიც სწავლობს მეცნიერული ცოდნის ფორმებსა და მეთოდებს) არის სისტემების ზოგადი თეორია, რომელსაც საფუძველი ჩაუყარა ავსტრიელმა ბიოლოგმა **ლუდვიგ ფონ ბერტალანფიმ**. ამ მეცნიერების მიზანს ის ხედავდა სხვადასხვა დისციპლინებში დამკვიდრებული კანონების სტრუქტურული მსგავსების ძიებაში, რომელთა საფუძველზეც შესაძლებელია სისტემის მასშტაბური შაბლონების გამოყვანა. ამჟამად მრავალი ნაშრომი ეძღვნება სისტემურ კვლევას. მათ საერთო აქვთ ის, რომ ისინი ყველა ერთგულნი არიან სისტემური პრობლემების გადაჭრის, რომლებშიც კვლევის ობიექტი წარმოდგენილია როგორც სისტემა. სისტემური მიდგომის მეთოდოლოგიის ყველაზე ფართო ინტერპრეტაცია ეკუთვნის სწორედ პროფესორ ლუდვიგ ფონ ბერტალანფის, რომელმაც „ზოგადი სისტემების თეორიის" იდეა ჯერ კიდევ 1937 წელს წამოაყენა. „ზოგადი სისტემების თეორიის" საგანს ბერტალანფი განსაზღვრავს, როგორც ზოგადი პრინციპების ფორმირების აუცილებლობას, რომლებიც მოქმედებს ზოგადად სისტემებისთვის. „სისტემების საერთო თვისებების არსებობის შედეგი, – წერდა ის, – არის სტრუქტურული მსგავსების, ანუ იზომორფიზმის გამოვლინება სხვადასხვა სფეროში". ეს განპირობებულია იმით, რომ ეს კომპონენტები გარკვეულწილად შეიძლება ჩაითვალოს „სისტემებად", ელემენტების იმ კომპლექსებად, რომლებიც ურთიერთქმედებაში არიან. სინამდვილეში, მსგავსი ცნებები, მოდელები და კანონები ხშირად გვხვდება ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი და სრულიად განსხვავებული ფაქტების აღწერასა და კვლევებში.



კარლ ლუდვიგ ფონ ბერტალანფი
(1901 წლის 19 სექტემბერი – 1972 წლის 12 ივნისი)
იყო ავსტრიელი ბიოლოგი, რომელიც ცნობილია როგორც ზოგადი სისტემების თეორიის (GST) ერთ-ერთი ფუძემდებელი. ეს არის ინტერდისციპლინარული პრაქტიკა, რომელიც აღწერს სისტემებს ურთიერთქმედების კომპონენტებით, რომლებიც გამოიყენება ბიოლოგიაში, კიბერნეტიკაში და სხვა სფეროებში.

სისტემური მიდგომის პირველი მახასიათებელი: სისტემური მიდგომა არის მეთოდოლოგიური ცოდნის ერთ-ერთი ფორმა, რომელიც დაკავშირებულია ობიექტების, როგორც სისტემების შესწავლისა და ფორმირების (შექმნის) საფუძველთან და ეხება მხოლოდ სისტემებს.

სისტემური მიდგომის მეორე მახასიათებელია ცოდნის იერარქია, რომელიც მოითხოვს საგნის მრავალდონიან შესწავლას: „საკუთარი" დონე – თავად საგნის შესწავლას;

„უმაღლესი“ დონე – ერთი და იგივე საგნის შესწავლა, როგორც უფრო ფართო სისტემის ელემენტი და ბოლოს – „ქვედა დონე“ – ამ საგნის შესწავლა შემადგენელ ელემენტებთან მიმართებაში.

სისტემური მიდგომის მესამე მახასიათებელია სისტემებისა და კომპლექსების ინტეგრაციული თვისებებისა და შაბლონების შესწავლა, მთლიანობის ინტეგრირების ძირითადი მექანიზმების გააზრება.

სისტემური მიდგომის მეოთხე ყველაზე მნიშვნელოვანი მახასიათებელია მისი ფოკუსირება რაოდენობრივი მახასიათებლების მიღებაზე, მეთოდების შექმნაზე, რომლებიც სიცხადეს მატებენ ცნებების, განმარტებებისა და შეფასებების ბუნდოვანებას. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, სისტემური მიდგომა მოითხოვს პრობლემის განხილვას არა იზოლირებულად, არამედ გარემოსთან ურთიერთობაში, თითოეული კავშირისა და ცალკეული ელემენტის არსის გააზრებას, ზოგად და კონკრეტულ მიზნებს შორის ასოციაციების გაკეთებას. ეს ყველაფერი ქმნის აზროვნების სპეციალურ მეთოდს, რომელიც საშუალებას გაძლევთ მოქნილად უპასუხოთ სიტუაციის ცვლილებებს და მიიღოთ ინფორმირებული გადაწყვეტილებები.

ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე, ჩვენ განვსაზღვრავთ სისტემური მიდგომის კონცეფციას.

სისტემური მიდგომის კონცეფცია არის ობიექტის (პრობლემის, ფენომენის, პროცესის), როგორც სისტემის შესწავლის მიდგომა, რომელშიც იდენტიფიცირებულია ელემენტები, შიდა და გარე ურთიერთობები, რომლებიც ყველაზე მნიშვნელოვან გავლენას ახდენენ მისი ფუნქციონირების შედეგებზე და თითოეული ელემენტის მიზნებზე. განისაზღვრება ობიექტის ზოგადი დანიშნულებიდან გამომდინარე.

პრაქტიკაში, სისტემური მიდგომის განსახორციელებლად, აუცილებელია მოქმედებების შემდეგი თანმიმდევრობის უზრუნველყოფა:

- საკვლევი პრობლემის ფორმულირება;
- კვლევის ობიექტის სისტემად იდენტიფიცირება;
- სისტემის შიდა სტრუქტურის ჩამოყალიბება და გარე რგოლების იდენტიფიცირება;
- ელემენტების მიზნების განსაზღვრა (ან დასახვა) მთლიანი სისტემის გამოვლენილ (ან მოსალოდნელ) შედეგზე დაყრდნობით;
- სისტემის მოდელის შემუშავება და მასზე კვლევის ჩატარება.

სისტემური ამოცანები შეიძლება იყოს ორი სახის: **სისტემის ანალიზი ან სისტემის სინთეზი.**

ანალიზის ამოცანა მოიცავს სისტემის თვისებების განსაზღვრას მისთვის ცნობილი სტრუქტურის მიხედვით, ხოლო სინთეზის ამოცანაა სისტემის სტრუქტურის განსაზღვრა მისი თვისებებით.

სინთეზის ამოცანაა შექმნას ახალი სტრუქტურა, რომელსაც უნდა ჰქონდეს სასურველი თვისებები, ხოლო ანალიზის ამოცანაა უკვე არსებული წარმონაქმნის თვისებების შესწავლა.

ამრიგად, სისტემური მიდგომა არის მეთოდოლოგიური მიმართულება მეცნიერებაში, რომლის მთავარი ამოცანაა სხვადასხვა ტიპისა და კლასის სისტემების კვლევისა და აგების მეთოდების შემუშავება.

შეიძლება შეხვდეთ სისტემური მიდგომის ორმაგ გაგებას: ერთი მხრივ, ეს არის კვლევა და ანალიზი არსებული სისტემებისა, მეორე მხრივ – მიზნების მისაღწევად სისტემების შექმნა და სინთეზი.

სისტემის ანალიზი გამოიყენება, როგორც ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი მეთოდი სისტემურ მიდგომაში, როგორც ეფექტური საშუალება რთული, ჩვეულებრივ, ბუნდოვნად განსაზღვრული პრობლემების კვლევისა.

სისტემური ინჟინერია – გამოყენებითი მეცნიერებაა, რომელიც სწავლობს რთული მართვის სისტემების შექმნის პრობლემებს.

მართვის სისტემის აგების პროცესი შედგება ექვსი ეტაპისგან:

1) სისტემის ანალიზი;
2) სისტემური დაგეგმარება, რომელიც მოიცავს მიმდინარე მიზნების განსაზღვრას: განრიგი და სამუშაო გეგმები;
3) სისტემის დიზაინი – სისტემის ფაქტობრივი დიზაინი, მისი ქვესისტემები და კომპონენტები ოპტიმალური ეფექტურობის მისაღწევად;
4) პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა;
5) სისტემის ექსპლუატაციაში ჩართვა და ტესტირება;
6) სისტემის მოვლა.

სისტემების კვლევა და კლასიფიკაცია უკავშირდება იმის დადგენას თუ როგორია კავშირი „ზემოქმედება – შედეგი“. „ზემოქმედება“ მიეწოდება სისტემის შესასვლელს, ხოლო „შედეგი“ ფიქსირდება მის გამოსასვლელზე. სისტემის მოდელის ოთხი ძირითადი ელემენტია: სისტემის „შესასვლელი“, „პროცესი“, „გამოსასვლელი“ და „უკუკავშირი“. პროცესი წარმოადგენს ოპერაციებს, რომლებიც წარმოიქმნება შესასვლელის სასურველ გამოსასვლელად გადაქცევისთვის. შესასვლელი წარმოადგენს ძირითად რესურსს, რომელიც გარდაიქმნება გამოსასვლელში (იხილეთ სურ. 1.1) [2].

სურ. 1.1. „ზემოქმედება – შედეგი“

სისტემის ორგანიზაციის ხარისხი, ჩვეულებრივ, გამოიხატება სინერგიის ეფექტში. იგი გამოიხატება იმაში, რომ სისტემის მთლიანი ფუნქციონირების შედეგი უფრო მაღალია, ვიდრე მთლიანობის შემადგენელი ცალკეული ელემენტების ამავე სახელწოდების შედეგების ჯამი.

პრაქტიკაში ეს ნიშნავს, რომ **ერთი და იმავე ელემენტებისგან შეგვიძლია მივიღოთ სხვადასხვა ან იდენტური თვისებების, მაგრამ განსხვავებული ეფექტურობის სისტემები, იმისდა მიხედვით, თუ როგორ არის ეს ელემენტები ერთმანეთთან დაკავშირებული და როგორ არის მათ შორის ფუნქციები განაწილებული, ე.ი. როგორ არის სისტემა ორგანიზებული [2].**

1.2. სისტემის საიმედოობა და უსაფრთხოება

სისტემების შესახებ თეორიის შექმნას მეცნიერებაში ნახევარ საუკუნეზე მეტი ისტორია აქვს, თუმცა დღესაც არ არსებობს სისტემის ერთმნიშვნელოვანი განმარტება. ეს მრავალფეროვნება გამოწვეულია იმით, რომ სისტემის ცნების სხვადასხვა განმარტებებში გამოყოფენ მის ფილოსოფიურ, ფიზიკურ, მათემატიკურ, ლინგვისტურ და სხვა მხარეებს.

სისტემა, „ganmarteba.ge ქართული ლექსიკონის“ მიხედვით განიმარტება როგორც [3]:

1. მთლიანობა, რომელიც ერთმანეთთან კანონზომიერად დაკავშირებული ნაწილებისგან შედგება. *მაგალითად, პლანეტების სისტემა. ნერვული სისტემა.*
2. მეცნიერული, პოლიტიკური და სხვა სახის მოძღვრების პრინციპების ერთობლიობა.
3. თანმიმდევრულად გატარებული მეთოდი, წესები, რომელთა მიხედვითაც ხორციელდება რაიმე. მაგალითად, *საარჩევნო სისტემა. განათლების სისტემა.*
4. საზოგადოებრივი წყობილების ფორმა. *დემოკრატიული სისტემა, კაპიტალისტური სისტემა, მართვის ავტორიტარული სისტემა.*
5. ორგანიზაციულად გაერთიანებულ დაწესებულებათა ერთობლიობა. *მაგალითად, სამედიცინო სისტემაში შემავალი ინსტიტუტები.*
6. ტექნიკური მოწყობილობა, კონსტრუქცია.

მიუხედავად განმარტებათა მრავალფეროვნებისა ნებისმიერი სისტემა უნდა განვიხილოთ, როგორც სიმრავლე ელემენტებისა, რომელთა შორის არსებული კავშირები ქმნის ერთ მთლიანობას.

„სისტემა“ არის ურთიერთდაკავშირებული ელემენტების სიმრავლე (ერთობლიობა), განხილული როგორც ერთიანი სტრუქტურული მთლიანობა. ელემენტების ეს ურთიერთკავშირები (დამოკიდებულებები) განასხვავებს სისტემას შემადგენელი ნაწილების უბრალო კონგლომერატისაგან.

სისტემა (ძვ. ბერძნ. σύστημα – „შესატყვისობა“) – გარკვეული წესრიგია, რომელიც დაფუძნებულია რისამე ნაწილების გეგმაზომიერ განლაგებასა და ურთიერთკავშირზე.

სისტემა შეიძლება იყოს:

- ერთობლიობა პრინციპებისა, რომლებიც რაიმე მოძღვრების საფუძველს წარმოადგენს
- დაჯგუფება, კლასიფიკაცია (მაგალითად, ლინეს ბოტანიკური სისტემა, ქიმიურ ელემენტთა სისტემა)
- სტრუქტურა, მთლიანობა, რომელიც შედგება ერთმანეთთან კანონზომიერად დაკავშირებული ნაწილებისგან (მაგალითად, მზის სისტემა, ნერვული სისტემა, ნეირონული ქსელი, კომპიუტერული ქსელი).

სისტემათა კლასები. არსებობენ ბუნებრივი და ხელოვნური, ღია და ჩაკეტილი, მარტივი და რთული სისტემები, ორგანიზაციული, ტექნიკური, ინფორმაციული, ჰუმანიტარული, აგრეგატული და სხვ. ასევე შეგვიძლია განვიხილოთ ენერგეტიკული, საწარმოო, სატრანსპორტო, გამოთვლითი სისტემები, ავტომატიზებული სისტემები და სხვ.

სახელმძღვანელოში ძირითადად ყურადღება გამახვილებულია რთული სტრუქტურის ტექნიკური, ინფორმაციული, გამოთვლითი, ადამიანურ-მანქანური სისტემების კვლევაზე, თუმცა, შედარებითი ანალიზის მიზნით, განხილულია მარტივი სტრუქტურის სისტემებიც.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სისტემა შედგება ფუნქციურად ურთიერთდაკავშირებული ელემენტებისგან, რომლებიც ქმნიან სისტემის სტრუქტურას.

„სტრუქტურა“ განისაზღვრება, როგორც რაიმე სისტემის შემადგენელი ნაწილების (ელემენტების, ობიექტების, კომპონენტების) ურთიერთგანლაგება და ფუნქციური ურთიერთკავშირები.

სტრუქტურა (ლათ. Structūra – აღნაგობა, განლაგება, წესრიგი) ობიექტის (სისტემის) მყარი კავშირების ერთობლიობაა, რომელიც უზრუნველყოფს ობიექტის მთლიანობასა და თავისთავის მიმართ იგივეობას, მისი ძირითადი თვისებების შენარჩუნებას სხვადასხვა გარეგანი და შინაგანი ცვლილებების დროს.

პროცესი (ლათ. Processus – წინ წაწევა) თანმიმდევრულ მოქმედებათა ერთობლიობაა რაიმე შედეგის მისაღწევად. მაგალითად, საწარმოო პროცესი – შრომითი ოპერაციების თანმიმდევრული ცვლა; კომპიუტერული პროგრამა – კომპიუტერში სხვადასხვა ბრძანებათა (ალგორითმის) თანმიმდევრული შესრულება.

აღვწეროთ რაიმე პროცესი ნიშნავს მოვახდინოთ მისი ალგორითმიზაცია. პროცესების ალგორითმიზაცია კი ნიშნავს პროცესების ალგორითმულ აღწერას ტექსტურად, სქემურად, მათემატიკური სიმბოლოების ენაზე, ალგორითმების ენაზე და სხვა. შედეგად მიიღება პროცესის ალგორითმი, რომელიც ასახავს პროცესის ელემენტარულ აქტებს (ქმედებებს, ოპერაციებს), მათ თანმიმდევრობასა და ურთიერთკავშირს.

რთული სტრუქტურის სისტემები ისეთი სისტემებია, რომელთა სტრუქტურული აღწერა არ ემთხვევა კლასიკური ტიპის მიმდევრობით, პარალელურ ან ხისებრ სტრუქტურებს.

ნებისმიერი კლასის რთული სტრუქტურის სისტემები აღიწერება ქსელური ტიპის სცენარებით, რომლისთვისაც ვიყენებთ **ლოგიკურ-ალბათურ მეთოდებს.** რთული სტრუქტურის სისტემების ანალიზის, კვლევისა და დაპროექტების ერთ-ერთ მეთოდს წარმოადგენს კომპიუტერზე რეალიზებული **ლოგიკურ-ალბათური მოდელირება.**

რთული სტრუქტურის სისტემების დაპროექტებისა და ფუნქციონირების პროცესში მნიშვნელოვანია მაღალი საიმედოობის, უსაფრთხოებისა და მინიმალური რისკების უზრუნველყოფა, რაც ჩვენი კურსის ძირითად მიზანს წარმოადგენს და რომლის გადაჭრაშიც სწორედ სისტემების სტრუქტურული ანალიზის მეთოდებსა და ლოგიკურ-ალბათურ მოდელირებას გამოვიყენებთ.

სამეცნიერო-ტექნიკურ პროგრესს მუდმივად თან სდევდა საიმედოობისა და უსაფრთხოების პრობლემა. როგორც მეცნიერება, საიმედოობის თეორია ჩამოყალიბდა XX საუკუნის შუა პერიოდში, როდესაც სარაკეტო კომლექსების, ატომური ელექტროსადგურების, ციფრული გამოთვლითი (კომპიუტერული) ტექნიკის, კომპიუტერული ქსელების ინტენსიური განვითარება დაიწყო. ნახევარი საუკუნის მანძილზე მრავალი კვლევა და ნაშრომი მიეძღვნა საიმედოობის თეორიის ჩამოყალიბებას, საიმედოობის გაზრდისა და საიმედოობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების მეთოდების შემუშავებას. უნდა აღინიშნოს, რომ ამ კვლევებმა და შემუშავებულმა მეთოდებმა უზრუნველყო ბოლო ათწლეულებში მაღალი საიმედოობის სისტემების შექმნა, თუმცა საიმედოობის პრობლემა მუდმივია და მეთოდების დახვეწაზე მუშაობა მუდმივად მიმდინარეობს.

სისტემების საიმედოობისა და უსაფრთხოების კვლევისას მიზანშეწონილია შემოვიღოთ ეფექტიანობის კრიტერიუმების განმარტებები, რომ არ მოხდეს ცნებათა შორის აღრევა. აქვე განვმარტოთ, რომ საიმედოობა მოიცავს ისეთი კრიტერიუმების ერთობლიობას, როგორებიცაა სისტემის უმტყუნობა, მტყუნებისადმი მდგრადობა, სიცოცხლისუნარიანობა.

ზოგადად სისტემის **საიმედოობა** (reliability) შესაძლებელია განვმარტოთ, როგორც სისტემის უნარი, შეინარჩუნოს თვისებები, რომლებიც აუცილებელია, რათა მოცემული დროის ინტერვალში შეასრულოს დაკისრებული ფუნქცია.

საიმედოობის თეორიის ფუნდამენტური ცნებაა სისტემის **უმტყუნობა** – სისტემის თვისება დროის გარკვეულ მონაკვეთში შეინარჩუნოს მუშაობისუნარიანობა (უმტყუნოდ მუშაობის უნარი, რომ არ ქონდეს მტყუნება) ექსპლუატაციის ნორმალურ პირობებში.

„სისტემის მტყუნება“ – ხდომილებაა, რომლის დროსაც სისტემა კარგავს მასზე დაკისრებული ფუნქციის შესრულების უნარს, ანუ კარგავს მუშაობისუნარიანობას, რაც უმრავლეს შემთხვევაში გამოწვეულია მისი შემადგენელი ერთი ან რამოდენიმე კომპონენტის (ელემენტის) მტყუნებით.

ტექნიკური (გამოთვლითი) სისტემის უმტყუნობა სისტემის თვისებაა მოცემულ დროის ინტერვალში შეინარჩუნოს ყველა იმ პარამეტრის მნიშვნელობა, რომლებიც ახასიათებენ მის უნარს შეასრულოს მასზე დაკისრებული ფუნქციები ფუნქციონირების მოცემულ რეჟიმში და გამოყენების პირობებში, ტექნიკური მომსახურების, რემონტის, შენახვისა და ტრანსპორტირებისას.

მტყუნებისადმი მდგრადობა (მტყუნებამდგრადობა, fault-tolerance) – სისტემის თვისებაა შეინარჩუნოს მუშაობისუნარიანობა, მისი ელემენტების (კომპონენტების, ქვესისტემების) მტყუნების შემთხვევაში დუბლირების, რეზერვირების, ადაპტირებისა და ავტომატური აღდგენადობის საშუალებებით.

ზოგადად მტყუნებამდგრადობა – სისტემის თვისებაა, გააგრძელოს ფუნქციონირება ერთი ან რამოდენიმე ელემენტის მტყუნების შემთხვევაში.

ფუნქციური სიცოცხლისუნარიანობა (survivability) – სისტემის უნარია, შეინარჩუნოს თვისებები, რომლებიც აუცილებელია მასზე დაკისრებული ფუნქციის შესასრულებლად თუნდაც დაბალი ეფექტიანობით არახელსაყრელი გარეგანი ზემოქმედების პირობებში და ფორსმაჟორულ სიტუაციებში, რაც არ არის გათვალისწინებული ნორმალური ექსპლუატაციის პირობებით (აფეთქება, ხანძარი, მიწისძვრა, წყალდიდობა და ა.შ.).

სისტემის უსაფრთხოება განსხვავდება საიმედოობისგან. საიმედო სისტემა არ ნიშნავს უსაფრთხო სისტემას და პირიქით [4, 5, 6, 8].

უსაფრთხოების დეფინიციებია:

სახიფათო (საშიში) მდგომარეობა (dangerous condition) – ეს არის მდგომარეობა, რასაც შეიძლება ხიფათი, განსაცდელი, კატასტროფა ან კოლაფსი მოჰყვეს, რამაც შეიძლება ვინმე ან რაიმე საფრთხეში ჩააგდოს, გამოიწვიოს დიდი მასშტაბის ზარალი და ადამიანთა მსხვერპლიც კი.

საფრთხე (danger) – მოსალოდნელი ფაქტი ან მოვლენა, რომელიც შეიძლება ვინმესთვის ან რაიმესთვის საშიში აღმოჩნდეს, რასაც შეუძლია გამოიწვიოს სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლა.

უსაფრთხოება (safety) – მდგომარეობა, როდესაც საფრთხე არ არსებობს, როდესაც ნებისმიერი საშიშროების თავიდან აცილებისთვის ყველაფერი მომზადებულია. უსაფრთხოება სისტემის უნარია შეასრულოს დაკისრებული ფუნქცია სახიფათო (საშიშ) მდგომარეობაში გადასვლის გარეშე ან საფრთხის აცილების გზით.

მაინიცირებელი ხდომილება არის საფრთხის გამომწვევი ხდომილება, რამაც შესაძლებელია სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლა გამოიწვიოს.

მაინიცირებელი პირობა არის მოვლენა, რომელმაც შესაძლებელია საფრთხის აცილება ვერ უზრუნველყოს და ხელი შეუწყოს მაინიცირებელ ხდომილებას სისტემა გადაიყვანოს სახიფათო მდგომარეობაში [4, 5, 6].

სახელმძღვანელოს შემდეგ თავებში თქვენ გაეცნობით რთული სტრუქტურის სისტემებისა და მათი მუშაობისუნარიანობის პირობების აღწერას ბულის ალგებრის გამოყენებით, აგრეთვე სისტემების ფუნქციონირების საიმედოობისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასების ლოგიკურ-ალბათურ მეთოდებს.

დავალება 1

თეორიული საკითხები:

1. რა არის სისტემების თეორია და რას შეისწავლის იგი?
2. რა არის სისტემური მიდგომა, მისი არსი, რა საშუალებებით გამოისახება იგი?
3. რა არის სისტემური მიდგომის ძირითადი პრინციპი?
4. ჩამოთვალეთ სისტემური მიდგომის ძირითადი ცნებები და მოკლედ დაახასითეთ ისინი.
5. ჩამოთვალეთ სისტემური მიდგომის მახასიათებლები და მოკლედ აღწერეთ ისინი.
6. რაში მდგომარეობს სისტემური მიდგომის კონცეფცია?
7. რა მოქმედებების შესრულებაა აუცილებელი სისტემური მიდგომის პრაქტიკაში განსახორციელებლად?
8. დაახასიათეთ სისტემური ამოცანების ორი სახე – „სისტემის ანალიზი“ და „სისტემის სინთეზი“.
9. ჩამოთვალეთ მართვის სისტემის აგების პროცესის ეტაპები.
10. რა არის სისტემა, ელემენტი, სტრუქტურა, პროცესი?
11. ჩამოთვალეთ სისტემათა კლასები;
12. დაწერეთ სისტემის საიმედოობის კრიტერიუმების განმარტებები: საიმედოობა, მტყუნება, უმტყუნობა, მტყუნებამდგრადობა, სიცოცხლისუნარიანობა.
13. დაწერეთ სისტემის უსაფრთხოების კრიტერიუმების განმარტებები: სახიფათო მდგომარეობა, საფრთხე, უსაფრთხოება, მაინიცირებელი ხდომილება, მაინიცირებელი პირობა.

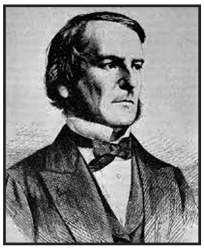
პრაქტიკული დავალება:

14. მოიყვანეთ არატექნიკური სისტემების სამი მაგალითი (სახელმძღვანელოში აღწერილი სისტემების მაგალითებისგან განსხვავებული).
15. მოიყვანეთ ტექნიკური სისტემების სამი მაგალითი.
16. მოიყვანეთ კომპიუტერული გამოთვლითი სისტემების სამი მაგალითი.

თავი 2.
შესავალი ბულის ალგებრაში

2.1. ძირითადი ლოგიკური ოპერაციები

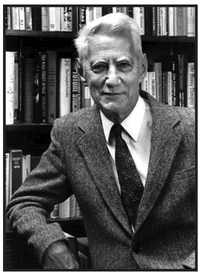
რთული სტრუქტურის სისტემების კვლევის, ანალიზისა და ეფექტიანობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების ერთ-ერთ მთავარ ინსტრუმენტს წარმოადგენს ბულის ალგებრა.



ჯორჯ ბული (1815-1864) — ინგლისელი მათემატიკოსი. შექმნა ლოგიკურ გამონათქვამთა თეორია, რომელმაც შემდგომში მიიღო „ბულის ალგებრის“ სახელწოდება.

ბულის ალგებრა (ლოგიკური ალგებრა) – არის მათემატიკური ლოგიკის შემადგენელი ნაწილი, რომელიც შეისწავლის ლოგიკურ ოპერაციებს გამონათქვამებზე. მისი ფუძემდებელია ინგლისელი მათემატიკოსი ჯორჯ ბული (1815-1864), რომელმაც პირველმა გამოიყენა ალგებრული მეთოდები ტრადიციული ლოგიკური ამოცანების ამოსახსნელად. ბულის ალგებრის კანონები ზუსტად ასახავენ კომუტაციური სქემების კანონზომიერებებს. ამის შესახებ მოსაზრება 1937 წელს ჩამოაყალიბა 21 წლის კლოდ შენონმა თავის სამაგისტრო ნაშრომში. შემდგომი 10 წლის განმავლობაში შენონი მუშაობდა საკითხებზე, რომლებიც 1948 წელს გამოაქვეყნა ინფორმაციის თეორიის სახით.

ბულის ალგებრა ოპერირებს მხოლოდ ორ ლოგიკურ (ლოგიკური ცვლადის) მდგომარეობასთან: „ჭეშმარიტი“ ("TRUE") და „მცდარი“ ("FOLSE") ან „დიახ“ და „არა“, „მუშაობს“ ან „არ მუშაობს“. ეს სიტყვიერი აღნიშვნები შეგვიძლია გამოვსახოთ „1“-ით და „0“-ით, რითაც ფართო ასპარეზი იქმნება ამ ლოგიკისათვის ორობით რიცხვით სისტემაში.



კლოდ შენონი (1916-2001) — ამერიკელი მათემატიკოსი, ინჟინერი. ითვლება „ინფორმაციის თეორიის მამად„. მასაჩუსეტსის ტექნოლოგიური ინსტიტუტის მაგისტრატურაში სწავლისას, 21 წლის ასაკში, მან თავის დისერტაციაში აჩვენა, რომ ლოგიკური ალგებრის ელექტრულ აპლიკაციებს შეუძლიათ ნებისმიერი ლოგიკური რიცხვითი კავშირის აგება.

ლოგიკური ოპერაციები საშუალებას გვაძლევენ რამოდენიმე მარტივი გამონათქვამიდან მივიღოთ ახალი, რთული გამონათქვამები. ბულის ალგებრის საშუალებით ხდება გამოკვლევა რთული გამონათქვამის ჭეშმარიტებისა (ჭეშმარიტია თუ მცდარი გამონათქვამი), მისი შემადგენელი მარტივი გამონათქვამების ჭეშმარიტებიდან გამომდინარე. როგორც აღინიშნა, გამონათქვამის ჭეშმარიტების მნიშვნელობებად მიღებულია 1 (ჭეშმარიტი) და 0 (მცდარი).

გამონათქვამის ჭეშმარიტების მნიშვნელობა, რომელიც მიიღება შემადგენელი გამონათქვამების ჭეშმარიტების მნიშვნელობებზე ლოგიკური ოპერაციების გზით, სრულად განისაზღვრება მისი შემადგენელი მარტივი გამონათქვამების ლოგიკური მნიშვნელობებით. ამიტომ ყოველ ლოგიკურ ოპერაციას შეესაბამება ფუნქცია, რომელიც იღებს მნიშვნელობებს 1-ს ან 0-ს, რომელთა არგუმენტებსაც გააჩნიათ მნიშვნელობები 1 ან 0. ასეთ

ფუნქციას ვუწოდებთ ლოგიკურ ფუნქციას ან ბულის ფუნქციას, ან ლოგიკური ალგებრის ფუნქციას. ბულის ალგებრის ლოგიკური ოპერაციები განსხვავდება ჩვეულებრივი არითმეტიკული ან ალგებრული ოპერაციებისგან.

ერთ და ორ ლოგიკურ ცვლადზე ელემენტარული ლოგიკური ოპერაციები (ფუნქციები) და მათი შედეგები მოცემულია ცხრილში 2.1 [4, 5, 6, 8, 10, 11, 12]:

ცხრილი 2.1

x	y	x'	$x \vee y$	$x \wedge y$	$x \sim y$	$x \to y$	$x \oplus y$
0	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
0	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**
1	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**

x', $\overline{x}$ – „x“ ლოგიკური ცვლადის უარყოფა, ინვერსია (NOT x);

$x \vee y$ – „x ან y“ , x-ის და y-ის ლოგიკური ჯამი (OR);

$x \wedge y$ – „x და y“ , x-ის და y-ის ლოგიკური ნამრავლი (AND);

$x \sim y$ – „x-ის და y-ის“ ეკვივალენტობა;

$x \to y$ – „x-დან გამომდინარეობს y“ (იმპლიკაცია);

$x \oplus y$ – x-ის და y-ის ჯამი 2-ის მოდულით, ექსკლუზიური (გამომრიცხავი) „ან“ (XOR).

გარდა ჩამოთვლილი ლოგიკური ოპერაციებისა, პრაქტიკაში, განსაკუთრებით გამოთვლით ტექნიკაში, ხშირად გამოიყენება შემდეგი ლოგიკური ოპერაციები:

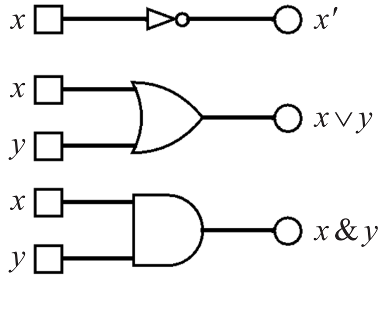
$(x \vee y)'$ – „x ან y“-ის ინვერსია „ან-არა“ (პირსის ისარი), NOR (Not OR);

$(x \wedge y)'$ – „x და y“-ის ინვერსია „და-არა“ (შეფერის შტრიხი), NAND (Not AND);

$(x \oplus y)'$ – x-ის და y-ის 2-ის მოდულით ჯამის ინვერსია XNOR (Not XOR).

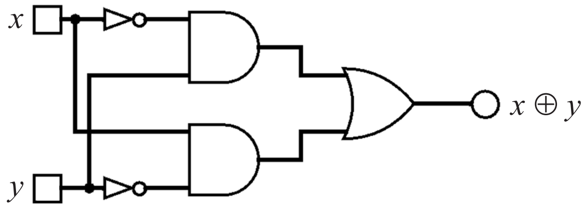
ცხრილური ფორმის გარდა არსებობს ლოგიკური ფუნქციის წარმოდგენის ანალიზური ფორმა (ფორმულით), რომლებშიც მონაწილეობენ ლოგიკური ცვლადები $x, y, z, A, B, C, \ldots$ და ლოგიკური ოპერაციების სიმბოლოები.

ლოგიკური ოპერაციები და ფუნქციები შესაძლებელია გამოისახოს გრაფიკულადაც ლოგიკური სქემების სახით. ლოგიკური სქემების ასაგებად შეგიძლიათ ისარგებლოთ პროგრამით Logisim.exe ან ვებ აპლიკაციით www.ssa.ug.edu.ge. სურ. 2.1-ზე მოცემულია პროგრამაში Logisim.exe შექმნილი ელემენტალური ლოგიკური ოპერაციების ლოგიკური სქემები x და y ცვლადებისთვის – „უარყოფა“, „ან“, „და“ (ლოგიკური სქემები შესრულებულია ამერიკული სტანდარტის სიმბოლოებით):



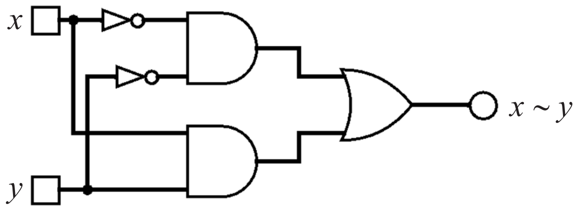
სურ. 2.1. „უარყოფა“, „ან“, „და“ ოპერაციების ლოგიკური სქემა

სურ. 2.2-ზე მოცემულია „ჯამი 2-ის მოდულით“ ელემენტალური ლოგიკური ოპერაციის ლოგიკური სქემა x და y ცვლადებისთვის:



სურ. 2.2. ლოგიკური სქემა – ჯამი 2-ის მოდულით

სურ. 2.3-ზე მოცემულია ელემენტარული ლოგიკური ოპერაციის „ეკვივალენტობის“ ლოგიკური სქემა:



სურ. 2.3. „ეკვივალენტობის“ ოპერაციის ლოგიკური სქემა

ბულის ალგებრის განტოლებით შესაძლებელია აღიწეროს სისტემის მუშაობისუნარიანობა ან საფრთხის მდგომარეობა. ასეთი ლოგიკური განტოლება გვიჩვენებს რომელი ელემენტებით და მათი რომელი შეერთებებითაა შესაძლებელი მიღწეული იქნას სისტემის მიერ ფუნქციის შესრულება, გადასვლა მტყუნების მდგომარეობაში ან გადასვლა სახიფათო მდგომარეობაში.

განვიხილოთ ძირითადი ლოგიკური ოპერაციები, რომელთა ჩაწერა ლოგიკურ ფუნქციებში შესაძლებელია სხვადასხვანაირად.

კონუნქცია. ორი გამონათქვამის კონუნქცია (ლოგიკური ნამრავლი) ჩაიწერება შემდეგნაირად $A \wedge B$, ან $A\&B$, ან $A{\cdot}B$, ან AB (იკითხება: A და B).

$A \wedge B$ ლოგიკური ნამრავლის ჭეშმარიტების მნიშვნელობა ცხრილი 2.1-დან გამომდინარე განისაზღვრება A და B გამონათქვამების ჭეშმარიტების მნიშვნელობებით შემდეგნაირად (ცხრილი 2.1):

$$0 \wedge 0=0;\ 0 \wedge 1=0;\ 1 \wedge 0=0;\ 1 \wedge 1=1.$$

ორი გამონათქვამის კონუნქცია $A \wedge B$ რთული გამონათქვამია და ის ჭეშმარიტია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია ორივე შემადგენელი გამონათქვამი.

დიზუნქცია. A და B გამონათქვამების დიზუნქცია (ლოგიკური ჯამი) ჩაიწერება როგორც $A \vee B$ და იკითხება: A ან B. დიზუნქცია შეგვიძლია გამოვსახოთ მატრიცული ფორმითაც:

$$A \vee B = \begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix}$$

ორი გამონათქვამის ლოგიკური ჯამი $A \vee B$ რთული გამონათქვამია და ის მცდარია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მცდარია ორივე შემადგენელი გამონათქვამი, დანარჩენ შემთხვევებში ჭეშმარიტია.

უარყოფა. A გამონათქვამის უარყოფა აღინიშნება A' ან $\overline{A}$ (იკითხება: არა A). A გამონათქვამის უარყოფის ჭეშმარიტების მნიშვნელობა განისაზღვრება ასე:

$1' = 0$; $0' = 1$.

ამგვარად A გამონათქვამის უარყოფა A' რთული ლოგიკური გამოსახულებაა და ის ჭეშმარიტია მაშინ, როცა A მცდარია და პირიქით, A' მცდარია, როცა A ჭეშმარიტია.

მოყვანილი ძირითადი ლოგიკური ოპერაციები არ არიან დამოუკიდებლები და ისინი შესაძლებელია გამოსახული იყვნენ ერთმანეთით. ლოგიკური გამოსახულებების გარდაქმნა წარმოებს გარკვეული წესებით.

წესები ერთი ცვლადისთვის [4, 5, 6, 8]:

1. $A \wedge 1 = A$;
2. $A \wedge 0 = 0$;
3. $A \wedge A = A$;
4. $A \wedge A' = 0$;
5. $A \vee 1 = 1$;
6. $A \vee 0 = A$;
7. $A \vee A = A$;
8. $A \vee A' = 1$;
9. $A'' = A$;
10. $A''' = A'$.

ამ წესებს მარტივად დავამტკიცებთ, თუ A-ს მაგივრად ჩავსვავთ 0-ს ან 1-ს.

მე-3-ე და მე-7-ე წესებიდან გამომდინარეობს ტავტოლოგიის კანონი:

$$A \wedge A \wedge \ldots \wedge A = A;$$
$$A \vee A \vee \ldots \vee A = A;$$

ამგვარად, ბულის ალგებრაში, ჩვეულებრივი ალგებრიდან განსხვავებით, ცვლადის ლოგიკური ნამრავლი თავის თავზე იწვევს თავის თავზე გარდასახვას და არა ახარისხებას (ბულის ალგებრაში ხარისხის მაჩვენებელი არ ფიგურირებს).

წესები ორი და სამი ცვლადისათვის [4, 5, 6, 8]:

კონუნქციისა და დიზუნქციის ფუნქციებს გააჩნიათ არითმეტიკული გამრავლებისა და შეკრების ანალოგიური თვისებები.

მაგალითად, ასოციატურობისა და გადანაცვლებადობის კანონები:

11. $A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge B \wedge C$;
12. $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$;
13. $A \wedge B = B \wedge A$;
14. $A \vee B = B \vee A$.

განვიხილოთ წესები, რომლებიც გამოხატავენ კავშირს ლოგიკურ გამრავლებასა და ლოგიკურ შეკრებას შორის. გამანაწილებლის (დისტრიბუციულობის) კანონები:

15. $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$;
16. $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$.

მე-16 წესს, ჩვეულებრივ ალგებრაში არა აქვს ადგილი: $a+bc \neq (a+b)(a+c)$ [4, 5, 6, 8].

განხილულ კანონებს „სიმეტრიის" თვისება აქვთ, რაც გამოიხატება იმაში, რომ კონუნქციის ნიშანი შეგვიძლია შევცვალოთ დიზუნქციის ნიშნით და პირიქით.

განვიხილოთ ინვერსიის კანონი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ლოგიკური ცვლადების კონუნქციის უარყოფა შევცვალოთ მათი უარყოფების დიზუნქციით და პირიქით, დიზუნქციის უარყოფა შევცვალოთ ლოგიკური ცვლადების უარყოფების კონუნქციით:

17. $(A \wedge B)' = A' \vee B'$.
18. $(A \vee B)' = A' \wedge B'$.
19. $A \wedge B = (A' \vee B')'$.
20. $A \vee B = (A' \wedge B')'$.

მე-19 და მე-20 წესებს ვუწოდებთ **დე მორგანის ფორმულებს**, რომელიც ასევე ვრცელდება ნებისმიერი n რაოდენობის ცვლადებზე:

$$\bigwedge_{i=1}^{n} x_i = \left(\bigvee_{i=1}^{n} x_i'\right)' \quad (2.1)$$

$$\bigvee_{i=1}^{n} x_i = \left(\bigwedge_{i=1}^{n} x_i'\right)' \quad (2.2)$$

შთანთქმის ოპერაცია განისაზღვრება თანაფარდობით:

21. $(A \wedge B) \vee A = A$.
22. $A \wedge (B \vee A) = A$.

შეწებების ოპერაცია განისაზღვრება თანაფარდობით:

23. $AB \vee AB' = A(B \vee B') = A \cdot 1 = A$;
24. $AB \vee A'B = B(A \vee A') = B \cdot 1 = B$;
25. $A \wedge (A' \vee B) = A \wedge B$.

25-ე ლოგიკური ოპერაციის დამტკიცება:

$$A \wedge (A' \vee B) = (A \wedge A') \vee (A \wedge B)$$
$$A \wedge A' = 0$$
$$A \wedge (A' \vee B) = 0 \vee (A \wedge B)$$

26. $A \vee (A' \wedge B) = A \vee B$.

26-ე ლოგიკური ოპერაციის დამტკიცება:

$$A \vee (A' \wedge B) = (A \vee A') \wedge (A \vee B)$$
$$A \vee A' = 1$$
$$A \vee (A' \wedge B) = 1 \wedge (A \vee B)$$

განზოგადოებული შეწებების ოპერაციით მივიღებთ:

27. $AB \vee B'C = AC \vee AB \vee B'C$;
28. $(A \vee B)(B' \vee C) = (A \vee B)(B' \vee C)(A \vee C)$.

27-ე წესის დამტკიცება:

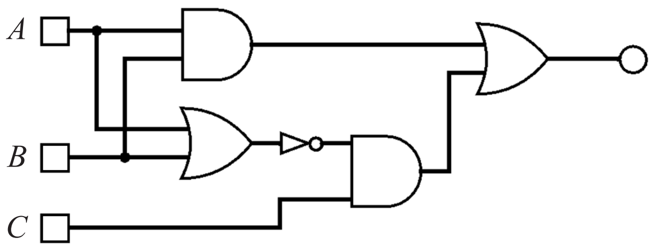
$$(AB) \vee (B'C) = [(AB)(C \vee 1)] \vee [(B'C)(A \vee 1)] = (AB) \vee (ABC) \vee (B'C) \vee (AB'C) =$$
$$= (AB) \vee (B'C) \vee (ABC) \vee (AB'C) = (AB) \vee (B'C) \vee (AC).$$

ზევით განხილული ლოგიკური წესების გამოყენება მნიშვნელოვნად გვიადვილებს ლოგიკური გამოსახულებების გარდაქმნას და გამარტივებას.

ლოგიკური ფუნქციის შესაბამისი ლოგიკური სქემის აგებისას უნდა გავითვალისწინოთ ლოგიკური ოპერაციების პრიორიტეტები, რაც ასე გამოიყურება [9]:

1. ოპერაციები ფრჩხილებში
2. ინვერსია (ლოგიკური უარყოფა)
3. კონუნქცია (ლოგიკური ნამრავლი)
4. დიზუნქცია (ლოგიკური ჯამი)
5. იმპლიკაცია და ეკვივალენტობა.

განვიხილოთ მაგალითი [9]: $Y = AB \vee C(A \vee B)'$. ამ მაგალითში ჯერ უნდა შესრულდეს $A \vee B$ ლოგიკური ოპერაცია, რადგან ის ფრჩხილებშია და შემდეგ ინვერსია $(A \vee B)'$, შემდეგ კონუნქციის ოპერაციები AB და $C(A \vee B)'$, ბოლოს დიზუნქციის ოპერაცია $AB \vee C(A \vee B)'$. $Y = AB \vee C(A \vee B)'$ ლოგიკური ფუნქციის შესაბამის ლოგიკურ სქემას ექნება ასეთი სახე (სურ. 2.4):



სურ. 2.4. $Y = AB \vee C(A \vee B)'$ ფუნქციის ლოგიკური სქემა

$Y = AB \vee C(A \vee B)'$ ლოგიკური ფუნქციის ჭეშმარიტების სქემა იხილეთ ცხრილი 2.2-ში

ცხრილი 2.2

A	*B*	*C*	*Y*
0	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**0**
1	**0**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**1**
1	**1**	**1**	**1**

შენიშვნა: მე-2 თავში და წინამდებარე სახელმძღვანელოს სხვა თავებში მოცემული ლოგიკური სქემები შესრულებულია კომპიუტერულ პროგრამაში Logisim.e*x*e, რომლის უფასო გადმოწერა მსგავსი სქემების შესაქმნელად შეგიძლიათ ვებ საიტიდან https://sourceforge.net/projects/circuit/ (2023 წ.).

2.2. ლოგიკური ფუნქციების წარმოდგენის ფორმები

შემოვიტანოთ ლოგიკური ფუნქციის არგუმენტის ხარისხის ცნება $x_i^{a_i}$, სადაც x_i და a_i – ორობითი ცვლადებია (*პარაგრაფი 2.2 მთლიანად ეფუძნება [4]-ში განხილულ მასალას*):

$$x_i^{a_i} = \begin{cases} x_i, \text{თუ } a_i = 1 \\ x_i', \text{თუ } a_i = 0 \end{cases},$$

x_i ცვლადებს და მათ უარყოფებს x_i' $(i=1, 2, \ldots, n)$ ვუწოდებთ ასოით ცვლადებს (ასოებს), i-ს ვუწოდებთ ცვლადების ნომრებს ან ინდექსებს.

განსაზღვრება 1. გამოსახულებას

$$x_1^{a_1} x_2^{a_2} \ldots x_r^{a_r}$$

ეწოდება r რანგის ელემენტარული კონუნქცია, რომელშიც ყველა ასო x განსხვავებულია, ვინაიდან ვიცით, რომ $x_i x_i' = 0$ და $x_i x_i \ldots x_i = x_i$.

განსაზღვრება 2. გამოსახულებას

$$K_1 \vee K_2 \vee \ldots \vee K_j ,$$

სადაც K_j – განსხვავებული რანგის ელემენტარული კონუნქციებია, ეწოდება **დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (დნფ)**.

მაგალითად, ლოგიკური ფუნქცია

$$\boldsymbol{f(x_1, \ldots, x_4) = x_1 x_2 \vee x_1 x_2 x_3' \vee x_1' x_3 x_4}$$

ჩაწერილია დნფ-ის სახით, რადგანაც დიზუნქციის სამივე წევრი წარმოადგენს ელემენტარულ კონუნქციას.

განსაზღვრება 3. თუ ფუნქცია $\boldsymbol{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ ჩაწერილია დნფ-ის სახით, ყველა ელემენტარული კონუნქციის რანგი უდრის n-ს და შეიცავს $\boldsymbol{\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}}$ ელემენტების ყველა შესაძლო კომბინაციას, მაშინ ასეთ დნფ-ს ვუწოდებთ **სრულყოფილ დიზუნქციურ ნორმალურ ფორმას (სდნფ)**, ხოლო შემადგენელ კონუნქციებს – სდნფ-ის წევრებს. მაგალითად, 3-ელემენტიანი სდნფ ცხრილის სახით ასე ჩაიწერება:

ცხრილი 2.3

1	x_1	x_2	x_3
2	x_1	x_2	x_3'
3	x_1	x_2'	x_3
4	x_1'	x_2	x_3
5	x_1	x_2'	x_3'
6	x_1'	x_2	x_3'
7	x_1'	x_2'	x_3
8	x_1'	x_2'	x_3'

სდნფ-ში კონუნქციების რაოდენობა იქნება $N = 2^n$, სადაც n – კონუნქციებში ლოგიკური ელემენტების რაოდენობაა.

განსაზღვრება 4. გამოსახულებას

$$x_1^{a_1} \vee x_2^{a_2} \vee \ldots \vee x_r^{a_r}$$

***r* რანგის ელემენტარული დიზუნქცია** ეწოდება.

განსაზღვრება 5. ორ ელემენტარულ კონუნქციას ეწოდება **ორთოგონალური**, თუ მათი ლოგიკური ნამრავლი 0-ის ტოლია. მაგალითად, ელემენტარული კონუნქციების x_1x_2 და $x_1x_2'x_3x_4$ ნამრავლი 0-ის ტოლია, ვინაიდან პირველი კონუნქცია შეიცავს x_2-ს, ხოლო მეორე x_2'-ს, შესაბამისად მათი ნამრავლი 0-ის ტოლია და ისინი ორთოგონალურია.

განსაზღვრება 6. დნფ-ს ეწოდება **ორთოგონალური დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (ოდნფ)**, თუ ყველა მისი წევრი წყვილ-წყვილად ორთოგონალურია.

ამ განსაზღვრებიდან გამომდინარეობს, რომ სდნფ წარმოადგენს ოდნფ-ს, ვინაიდან ყველა მისი წევრი წყვილ-წყვილად ორთოგონალურია. მაგრამ სდნფ ყველაზე არაეკონომიური ოდნფ-ია, ვინაიდან შეიცავს მაქსიმალური რაოდენობის ორობით ცვლადებს.

განსაზღვრება 7. არაგანმეორებადი დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (ადნფ) ეწოდება ისეთ დნფ-ს, რომელშიც ყველა ლოგიკურ ცვლადს გააჩნია განსხვავებული ნომერი (ინდექსი).

მაგალითად, x_i-ს და x_i'-ს ერთნაირი ინდექსები აქვთ, ამიტომ შეუძლებელია ისინი ერთდროულად შედიოდნენ ადნფ-ში.

განსაზღვრება 8. ლოგიკური ფუნქციის **არაგანმეორებადი ფორმა** ეწოდება ისეთ ფორმას, რომელშიც ყველა ლოგიკურ ცვლადს გააჩნია განსხვავებული ნომრები (ინდექსები).

მაგალითად, ლოგიკური ფუნქცია

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_8) = x_1\,(x_2 \vee x_3 \vee x_4') \vee x_5\,(x_6 \vee x_7\,x_8')$$

ჩაწერილია არაგანმეორებადი ფორმით, ვინაიდან ყველა ცვლადი განსხვავებული ნომრითაა. არაგანმეორებადი ლოგიკური ფუნქციის კერძო შემთხვევას წარმოადგენს ადნფ.

განსაზღვრება 9. ალბათური ფუნქცია ეწოდება ლოგიკური ალგებრის ფუნქციის ჭეშმარიტების ალბათობას

$$P\{f(x_1, x_2, \ldots, x_8) = 1\}$$

განსაზღვრება 10. ლოგიკური ალგებრის ფუნქციას, რომელიც დასაშვებს ხდის ალბათურ ფუნქციაზე გადასვლას ლოგიკური ცვლადების ალბათურით შეცვლითა და ლოგიკური ოპერაციების შესაბამისი არითმეტიკული ოპერაციებით შეცვლის გზით, ეწოდება **ჩანაცვლებაზე გადასვლის ფორმა**.

განსაზღვრება 11. ალბათური ფუნქციის შერეული ფორმა ეწოდება მათემატიკური გამოსახულების ფორმას, რომელიც მიიღება ლოგიკური ცვლადებისა და ოპერაციების ნაწილობრივი ჩანაცვლებით ალბათური ცვლადებითა და მათემატიკური ოპერაციებით და რომელიც ერთდროულად შეიცავს როგორც ლოგიკურ ცვლადებსა და ოპერაციებს, ასევე ალბათურ ცვლადებსა და მათემატიკურ ოპერაციებს.

განსაზღვრება 12. ლოგიკური ფუნქციის ფორმა, რომელშიც დაშვებულია ალბათური ფუნქციის შერეულ ფორმაზე გადასვლა ლოგიკური ცვლადებისა და ოპერაციების ნაწილობრივი ჩანაცვლებით ალბათური ცვლადებითა და მათემატიკური ოპერაციებით, ეწოდება **ნაწილობრივ ჩანაცვლებაზე გადასვლის ფორმა**.

განსაზღვრება 13. A და B გამონათქვამების **ჯამი 2-ის მოდულით** განისაზღვრება შემდეგი ჭეშმარიტების მნიშვნელობებით (ცხრილი 2.1):

$$0\oplus 0=0;\ \ 0\oplus 1=1;\ \ 1\oplus 0=1;\ \ 1\oplus 1=0.$$

2-ის მოდულით ჯამის ლოგიკურ ოპერაციისათვის ადგილი აქვს შემდეგ კანონებს:

29. $A \oplus B = B \oplus A$;
30. $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus A$;
31. $A \wedge (B \oplus C) = (A \wedge B) \oplus (A \wedge C)$;
32. $A \oplus 1 = A'$;
33. $A \oplus 0 = A$;
34. $A \oplus A = 0$;
35. $A \oplus A' = 1$;
36. $A \vee B = A \oplus B \oplus AB$;
37. $A \wedge B = A \oplus AB'$;
38. $A \oplus B = AB' \vee A'B$;

განსაზღვრება 14. $\boldsymbol{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ ფუნქციის **ბულის სხვაობა $\boldsymbol{x_i}$ არგუმენტით** (ლოგიკური სხვაობა $\boldsymbol{x_i}$ არგუმენტით) ეწოდება საწყისი ფუნქციისა და საწყის ფუნქციაში x_i არგუმენტის უარყოფით მიღებული ფუნქციის ჯამს 2-ის მოდულით:

$$\Delta x_i f(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \oplus f(x_1, \ldots, \overline{x_i}, \ldots, x_n)$$

განსაზღვრება 15. ფუნქციას

$$f_{\overline{x_i}}(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, \overline{x_i}, \ldots, x_n)$$

ეწოდება **სიმეტრიული ფუნქცია $\boldsymbol{x_i}$** არგუმენტით საწყისი $\boldsymbol{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ ფუნქციის მიმართ.

განსაზღვრება 16. ფუნქციას, რომელიც მიიღება $\boldsymbol{x_i}$ არგუმენტის შეცვლით 1-ით და 0-ით, ეწოდებათ **ერთეულოვანი და ნულოვანი ფუნქციები $\boldsymbol{x_i}$** არგუმენტის მიმართ:

$$f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, 1, \ldots, x_n)$$

$$f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, 0, \ldots, x_n)$$

განსაზღვრება 17. $\boldsymbol{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ ფუნქციას ეწოდება **მონოტონური**, თუ ნებისმიერი $\boldsymbol{(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)}$ და $\boldsymbol{(\beta_1, \ldots, \beta_n)}$ ლოგიკური არგუმენტებისთვის, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას $\boldsymbol{\alpha_i \le \beta_i}$, ადგილი აქვს შემდეგ თანაფარდობას:

$$f(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \le f(\beta_1, \ldots, \beta_n)$$

განსაზღვრება 18. მატრიცის სახით ჩაწერილ ფუნქციას, რომელშიც კონუნქცია აღინიშნება სტრიქონებში ჩაწერილი ლოგიკური სიმბოლოებით, ხოლო დიზუნქცია სვეტებში ჩაწერილი ლოგიკური სიმბოლოებით, **ლოგიკური მატრიცა** ეწოდება.

ლოგიკური მატრიცისათვის გამოიყენება ლოგიკური ალგებრის ყველა ცნობილი გარდაქმნა. მაგალითად, კონუნქციის გადანაცვლებადობის კანონი გულისხმობს მატრიცის სტრიქონებში სიმბოლოების გადანაცვლების დაშვებას, დიზუნქციის გადანაცვლებადობის კანონი გულისხმობს მატრიცის სვეტებში სიმბოლოების გადანაცვლების დაშვებას.

ვთქვათ მოცემული გვაქვს შემდეგი ლოგიკური ფუნქცია:

$$f(x_1,\dots,x_8)=[(x_1\wedge x_3\wedge[x_5\vee(x_4\wedge x_6\wedge x_8)])\vee(x_2\wedge x_4\wedge[x_6\vee(x_3\wedge x_5\wedge x_8)])]\wedge x_7$$

მატრიცული ფორმით მოცემული ლოგიკური ფუნქცია ჩაიწერება შემდეგნაირად, სადაც საბოლოო შედეგი ჩაწერილია დნფ-ის სახით:

$$f(x_1,\dots,x_8)=\left|\begin{array}{l|l} x_1x_3 & x_5 \\ & x_4x_6x_8 \\ x_2x_4 & x_6 \\ & x_3x_5x_8 \end{array}\right| x_7=\left|\begin{array}{l} x_1x_3x_5x_7 \\ x_1x_3x_4x_6x_8x_7 \\ x_2x_4x_6x_7 \\ x_2x_4x_3x_5x_8x_7 \end{array}\right|$$

ინვერსიის კანონის გამოყენებით მივიღებთ:

$$f(x_1,\dots,x_8)'=\left|\begin{array}{l} x_1x_3x_5x_7 \\ x_1x_3x_4x_6x_8x_7 \\ x_2x_4x_6x_7 \\ x_2x_4x_3x_5x_8x_7 \end{array}\right|'=\left|\begin{array}{l|l|l|l} x_1' & x_1' & x_2' & x_2' \\ x_3' & x_3' & x_4' & x_4' \\ x_5' & x_4' & x_6' & x_3' \\ x_7' & x_6' & x_7' & x_5' \\ & x_8' & & x_8' \\ & x_7' & & x_7' \end{array}\right|$$

მატრიცული ფორმების გამოყენება ხშირ შემთხვევაში მოსახერხებელს ქმნის და მნიშვნელოვნად აადვილებს ლოგიკური ფუნქციების გარდაქმნის პროცესს.

დავალება 2

თეორიული საკითხები:

1. შეადგინეთ ელემენტარული ლოგიკური ოპერაციების ცხრილი.
2. ჩამოწერეთ ლოგიკური გარდაქმნის წესები ერთი, ორი და სამი ლოგიკური ცვლადისთვის.
3. დაწერეთ დე მორგანის ფორმულები ორი და ნებისმიერი n რაოდენობის ლოგიკური ცვლადებისთვის.
4. დაწერეთ შთანთქმისა და შეწებების ლოგიკური ოპერაციები ორი ცვლადისთვის.
5. დაწერეთ განზოგადოებული შეწებების ოპერაციები სამი ლოგიკური ცვლადისთვის.
6. დაწერეთ 2-ის მოდულით ჯამის ლოგიკური ოპერაციები და კანონები.
7. განმარტეთ და ზოგადი სახით დაწერეთ r რანგის ელემენტარული კონუნქცია.
8. განმარტეთ და ზოგადი სახით დაწერეთ r რანგის ელემენტარული დიზუნქცია.
9. განმარტეთ დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (დნფ), მოიყვანეთ დნფ-ის სახით ჩაწერილი ლოგიკური ფუნქციის მაგალითი.
10. განმარტეთ სრულყოფილი დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (სდნფ), მოიყვანეთ სდნფ-ის სახით ჩაწერილი 3-ცვლადიანი ლოგიკური ფუნქციის მაგალითი.
11. განმარტეთ ორთოგონალური დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (ოდნფ), მოიყვანეთ ოდნფ-ის სახით ჩაწერილი ლოგიკური ფუნქციის მაგალითი.
12. განმარტეთ ლოგიკური ფუნქციის არაგანმეორებადი ფორმა, მოიყვანეთ არაგანმეორებადი ფორმით ჩაწერილი ლოგიკური ფუნქციის მაგალითი.
13. განმარტეთ ლოგიკური ფუნქციის ჭეშმარიტების ალბათური ფუნქცია, ლოგიკური ფუნქციის ალბათური ფუნქციით ჩანაცვლების ფორმა, რა განსხვავებაა სრული ჩანაცვლებისა და ნაწილობრივი ჩანაცვლების ფორმებს შორის?
14. დაწერეთ ლოგიკური ფუნქციის x_i არგუმენტით ბულის სხვაობის განსაზღვრება.
15. დაწერეთ x_i არგუმენტის მიმართ ერთეულოვანი და ნულოვანი ფუნქციების განსაზღვრება.
16. დაწერეთ სიმეტრიული ლოგიკური ფუნქციის განმარტება.
17. დაწერეთ მონოტონური ლოგიკური ფუნქციის განმარტება.

პრაქტიკული დავალება:

18. პროგრამა Logisim-ში შეადგინეთ ელემენტარული ლოგიკური ოპერაციების („უარყოფა“, „ან“, „და“, „ეკვივალენტობა“, „ჯამი 2-ის მოდულით“, „არა ან“, „არა და“) ლოგიკური სქემები სამი ლოგიკური ცვლადისთვის A, B, C. მოახდინეთ მიღებული სქემების ექსპორტი JPEG ფორმატში Export Image ბრძანების გამოყენებით.
19. პროგრამა Logisim-ში დახაზეთ $Y=A(B\vee C)'$ ფუნქციის ლოგიკური სქემა და მოახდინეთ მიღებული სქემის ექსპორტი JPEG ფორმატში Export Image ბრძანების გამოყენებით. შეადგინეთ $Y=A(B\vee C)'$ ლოგიკური ფუნქციის ჭეშმარიტების ცხრილი.
20. მოცემული ლოგიკური ფუნქცია $y=x_1\{[x_2(x_3x_4\vee x_6x_7)]\vee[x_5(x_6\vee x_7)]\}$ ჩაწერეთ მატრიცული დნფ-ის სახით და მოახდინეთ მისი ინვერსია.

თავი 3.
ლოგიკურ-ალბათური თეორიის საფუძვლები

3.1. ბულის ალგებრის ძირითადი თეორემები

ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ ლოგიკას შორის მჭიდრო კავშირი დიდი ხანია დადგენილია. თანამედროვე პირობებში მათემატიკური ლოგიკა და ალბათობის თეორია გაერთიანებულია ლოგიკურ-ალბათურ თეორიაში *(თავი 3 ეფუძნება [5]-ში განხილულ მასალას).*

სისტემების სტრუქტურა მათემატიკური ლოგიკის მეთოდების გამოყენებით აღიწერება, ალბათობის თეორიის საფუძველზე კი წარმოებს სისტემების საიმედოობისა და უსაფრთხოების კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასება.

რთული სტრუქტურის სისტემებისათვის ძირითად სირთულეს წარმოადგენს ლოგიკური ფუნქციის გარდაქმნა სრული ჩანაცვლების ფორმაზე. ამისათვის საჭირო გახდა ერთგვარი „ხიდის" გადება ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ ლოგიკას შორის. განვიხილოთ ლოგიკური ალგებრისა და მათემატიკური ლოგიკის ზოგიერთი თეორემა მკაცრი დამტკიცების გარეშე.

ლოგიკურ-ალბათური მეთოდი (ლამ) ეწოდება სისტემების საიმედოობისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასების მეთოდს, როდესაც სისტემის სტრუქტურა აღიწერება მათემატიკური ლოგიკის მეთოდების საშუალებით, ხოლო საიმედოობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასება წარმოებს ალბათობის თეორიის საფუძველზე.

შეგვიძლია გამოვყოთ ლამ-ის განვითარების სამი პერიოდი:

1. ლოგიკური ცვლადების პირდაპირი ჩანაცვლება ალბათური ცვლადებით და ლოგიკური ოპერაციების ჩანაცვლება მათემატიკური ოპერაციებით, რაც დასაშვებია მხოლოდ მარტივი სტრუქტურის სისტემებისთვის.
2. სპეციალიზირებული ალგორითმების დამუშავების პერიოდი, რომელთა საშუალებით შესაძლებელი ხდებოდა ნებისმიერი ტიპის ლოგიკის ალგებრის ფუნქციის გარდაქმნა და მათი ჩანაცვლება ალბათობით.
3. დიდი განზომილების რთული სტრუქტურის სისტემების ავტომატიზებული ლოგიკურ-ალბათური მოდელირების პერიოდი.

თეორემა 1. n არგუმენტზე ($n \geq 1$) დამოკიდებული ნებისმიერი ლაფ შესაძლებელია წარმოდგენილი იქნას შემდეგნაირად:

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_i f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \vee \overline{x_i}\, f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n)$$

ეს გამოსახულება ცნობილია, როგორც **შენონის დაშლა.**

36-ე წესის (თავი 2) გამოყენებით მივიღებთ შენონის დაშლის ფორმულას ჯამი 2-ის მოდულით ოპერაციის გამოყენებით:

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_i f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \vee \overline{x_i} f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = x_i f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \oplus \overline{x_i} f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \oplus$$
$$\oplus\, x_i \overline{x_i}\, f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = x_i f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \oplus \overline{x_i} f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n).$$

თვისება 1. ნებისმიერი ლოგიკური ფუნქციის ბულის სხვაობა $\boldsymbol{x_i}$ არგუმენტით შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$\Delta_{x_i} f(x_1, \ldots, x_n) = f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \oplus f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n).$$

დამტკიცება:

$$\Delta_{x_i} f(x_1, \ldots, x_n) = f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \oplus f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = [x_i f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \oplus \overline{x}_i f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n)] \oplus$$
$$\oplus [\overline{x}_i f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \oplus x_i f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n)] = (x_i \oplus \overline{x}_i) f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \oplus (\overline{x}_i \oplus x_i) f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) =$$
$$= f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \oplus f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n)$$

თვისება 2. ნებისმიერი ლოგიკური ფუნქციის ბულის სხვაობა $\boldsymbol{x_i}$ არგუმენტით შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$\Delta_{x_i} f(x_1, \ldots, x_n) = \begin{vmatrix} f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) f_0'^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \\ f_1'^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \end{vmatrix}$$

თეორემა 2. ყველა მონოტონური ლოგიკური ფუნქციისთვის

$$\{(x_1, \ldots, x_n): f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = 1\} \subset \{(x_1, \ldots, x_n): f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = 1\}.$$

თეორემა 2-დან გამომდინარეობს 5 შედეგი, რომელთა ცოდნა მნიშვნელოვნად აადვილებს მონოტონური ლოგიკური ფუნქციის გარდაქმნას.

1) $\{(x_1, \ldots, x_n): f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = 1\} \subset \{(x_1, \ldots, x_n) : f(x_1, \ldots, x_n) = 1\} \subset$
$\subset \{(x_1, \ldots, x_n): f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) = 1\}$;

2) $f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \vee f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \equiv f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n)$;

3) $f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \wedge f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \equiv f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n)$;

4) $f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \wedge f_0'^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \equiv \Delta_{x_i} f(x_1, \ldots, x_n)$;

5) $f_1'^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \wedge f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \equiv 0.$

თეორემა 3. მონოტონური ლოგიკური ფუნქციის $\boldsymbol{f(x_1, \ldots, x_n)}$ ჭეშმარიტების ალბათობის კერძო წარმოებული $\boldsymbol{x_i}$ არგუმენტის ჭეშმარიტების ალბათობით, რიცხობრივად უდრის ამ ფუნქციის ბულის სხვაობის ჭეშმარიტების ალბათობას:

$$\frac{\partial P\{f(x_1, \ldots, x_n) = 1\}}{\partial P\{x_i = 1\}} = P\{\Delta_{x_i} f(x_1, \ldots, x_n) = 1\}.$$

თეორემა 4. ოდნფ-ის სახით მოცემული ნებისმიერი ლოგიკური ფუნქციის ჭეშმარიტების ალბათობა უდრის მოცემული ფუნქციის ორთოგონალური წევრების ჭეშმარიტების ალბათობების ჯამს:

$$P\{f(x_1, \ldots, x_n) = \bigwedge\nolimits_{i=1}^{S} C_i = 1\} = \sum\nolimits_{i=1}^{S} P\{C_i = 1\},$$

სადაც C_i ოდნფ-ის ორთოგონალური კონუნქციებია, S კი ოდნფ-ში ორთოგონალური კონუნქციების რაოდენობა.

თეორემა 5. ორთოგონალური არაგანმეორებადი ფორმების დიზუნქცია კონუნქცია-უარყოფის ბაზისზე წარმოადგენს სრულ ჩანაცვლებაზე გადასვლის ფორმას.

თუ ლოგიკური ფუნქცია წარმოდგენილია სრული ჩანაცვლების სახით, მაშინ ადგილი აქვს შემდეგ წესებს:

$$P\{x_i = 1\} = R_i\,,\ P\{x_i = 0\} = P\{x_i' = 1\} = Q_i = 1 - R_i\,;$$

მაგალითად,

$$P\{\,f(x_1,\,\dots\,,x_7) = [(x_1 x_2)'(x_3 x_4)'(x_5(x_6' x_7')')']' = 1\} =$$
$$= 1-(1-R_1R_2)(1-R_3R_4)[1-\ R_5(1-Q_6Q_7)];$$

ლოგიკურ ფუნქციაში კონუნქციის (ლოგიკური ნამრავლის) და დიზუნქციის (ლოგიკური ჯამის) ოპერაციები იცვლება მათემატიკური ნამრავლითა და შეკრებით.

მაგალითი: ვთქვათ მოცემულია ლოგიკური ფუნქცია

$$f(x_1,\,\dots\,,x_8) = x_1(x_2 \vee x_3 \vee x_4'\,) \vee x_5(x_6 \vee x_7 x_8'\,)$$

და საჭიროა ვიპოვოთ

$$P\{(x_1,\,\dots\,,x_8) = 1\}\,.$$

ვინაიდან ეს ფუნქცია არაგანმეორებადია (მიუხედავად იმისა, რომ არ წარმოადგენს დნფ-ს), დე მორგანის ფორმულით გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ:

$$f(x_1,\,\dots\,,x_8) = \Big\{\{x_1[x_2'x_3'x_4]'\}'\{x_5[x_6'(x_7x_8')]'\}'\Big\}'\ ;$$

$$P\Big\{f(x_1,\,\dots\,,x_8)=1\Big\} = 1-\Big\{1-R_1[Q_2Q_3R_4]\Big\}\Big\{1-R_5[1-Q_6(1-R_7Q_8)]\Big\}.$$

მიღებულ გამოსახულებაში R და Q ალბათური მონაცემების ჩასმით მივიღებთ $f(x_1,\,\dots\,,x_8)$ ფუნქციით აღწერილი სისტემის საიმედოობის რაოდენობრივ შეფასებას.

3.2. სისტემების მუშაობისუნარიანობის პირობა

თანამედროვე სისტემების სტრუქტურისა და ფუნქციონირების ალგორითმის სირთულე განაპირობებს მათემატიკური აპარატის გამოყენების აუცილებლობას სისტემების დაპროექტების ადრეულ სტადიაზე და საიმედოობაზე მოთხოვნის ფორმირების პროცესში, რაც საკმაოდ რთულ ამოცანას წარმოადგენს. სისტემის ცალკეული ნაწილების საიმედოობაზე მოთხოვნის ფორმირება შედარებით ადვილი ამოცანაა და წარმოადგენს სისტემის ოპტიმალური სინთეზის ამოცანას. რთული სისტემების დაპროექტების საწყის ეტაპზე ძირითად ამოცანას წარმოადგენს რაციონალური სტრუქტურისა და ფუნქციონირების ალგორითმის განსაზღვრა. ამ ორივე ამოცანის გადაჭრა ხორციელდებოდა კონსტრუქტორების მიერ მათი გამოცდილებისა და ინტუიციის საფუძველზე. მაგრამ, როგორც წესი, გამოცდილებაზე და ინტუიციაზე დაყრდნობით ვერ ხერხდება საუკეთესო ვარიანტის მიღება, ვინაიდან ამოცანას უამრავი ამოხსნა აქვს. ასეთ შემთხვევაში განიხილება სხვადასხვა ვარიანტი და უკეთესის შერჩევის მიზნით ტარდება შედარებითი ანალიზი.

სისტემების დაპროექტების საწყის ეტაპზე საჭიროა რეალური სისტემის მარტივი, მაგრამ ამავე დროს ზუსტი მათემატიკური მოდელის შექმნა. მათემატიკური მოდელის სიზუსტეს ნაწილობრივ განსაზღვრავს საწყისი მონაცემების სიზუსტე და ობიექტურობა, თუმცა მათი არარსებობის შემთხვევაშიც არ უნდა ვთქვათ უარი საიმედოობისა და უსაფრთხოების მათემატიკურ მოდელირებაზე. რთული სისტემების საიმედოობის ლოგიკურ–ალბათური მოდელირება საშუალებას მოგვცემს, საწყისი მონაცემების გარეშეც მოვახდინოთ სისტემის სტრუქტურების შედარებითი ანალიზი და შევარჩიოთ ოპტიმალური ვარიანტი. ამგვარად, ჩვენი განხილვის საგანი, ძირითადად, იქნება რთული სისტემების სტრუქტურისა და ფუნქციონირების პროცესის აღწერა ლოგიკური ფუნქციებით, სქემებით და მათ ბაზაზე სტრუქტურული საიმედოობის შეფასების ლოგიკურ-ალბათური მოდელების შექმნა.

ასევე მნიშვნელოვანია სისტემის უსაფრთხოების საკითხი. ავარიების მიზეზების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ისინი, მიუხედავად მათი ხასიათისა, დროისა თუ რეგიონისა, ექვემდებარებიან გარკვეულ კანონზომიერებებს. ავარიებს წინ უსწრებს სისტემების შემადგენელი ნაწილების (ელემენტების) ფუნქციონირების ნორმალური რეჟიმიდან გადახრის ფაზა. ამ ფაზის ხანგრძლივობა შეიძლება იყოს წამები, წუთები, დღეები ან წლები. გარკვეულ მომენტამდე სისტემის ელემენტების ფუნქციონირების ნორმალური რეჟიმიდან გადახრა შესაძლებელია არ წარმოადგენდეს საფრთხეს, მაგრამ მათი დაგროვების რომელიღაც კრიტიკულ მომენტში ხდება ავარია, რასაც სავალალო შედეგამდე მივყავართ. ელემენტების ფუნქციონირების ნორმალური რეჟიმიდან გადახრების დაგროვება გამოწვეულია იმით, რომ ყოველთვის ვერ ხერხდება სისტემის ცალკეულ ელემენტებზე დაკვირვება და დიაგნოსტიკა, პერსონალი ან ვერ ამჩნევს ან ეჩვევა ასეთ გადახრებს.

მეორე ტიპის შემთხვევაა, როდესაც ავარიას იწვევს იშვიათი, მოულოდნელი მაინიცირებელი ხდომილების ფაზა, როდესაც სისტემა უცბად (აფეთქების მსგავსად) ხვდება სახიფათო მდგომარეობაში. ასეთ შემთხვევაში პერსონალს არ რჩება არც დრო და არც საშუალებები ეფექტიანი ღონისძიებების გასატარებლად.

მესამე ტიპის შემთხვევა შესაძლებელია იყოს ავარიის განვითარების ფაზა, როდესაც ადამიანურ ფაქტორს შეუძლია ითამაშოს როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი როლი. პირველ შემთხვევაში პერსონალის სწორ და ეფექტიან მოქმედებას შეუძლია ზარალისა და დანაკარგების შემცირება, მეორე შემთხვევაში კი პირიქით.

სისტემების საიმედოობისა და უსაფრთხოების შეფასებისას არ უნდა მოხდეს ცნებების, მაგალითად, საიმედოობის, სიცოცხლისუნარიანობისა და უსაფრთხოების აღრევა. მაღალი საიმედოობის მქონე სისტემა შეიძლება აღმოჩნდეს არასიცოცხლისუნარიანი და საფრთხის შემცველი. ამგვარად უსაფრთხოება არ უნდა იქნას განხილული, როგორც საიმედოობის ერთ–ერთი კომპონენტი და მისი შემადგენელი. უარი უნდა ვთქვათ „აბსოლუტურად“ უსაფრთხო სისტემის კონცეფციაზე. უნდა დამუშავდეს და განხორციელდეს ავარიის რისკების შეფასების მოდელები. ასევე აუცილებელია ავარიული სიტუაციების მეცნიერულად დასაბუთებული ახალი მეთოდებისა და ტექნიკური საშუალებების შემუშავება.

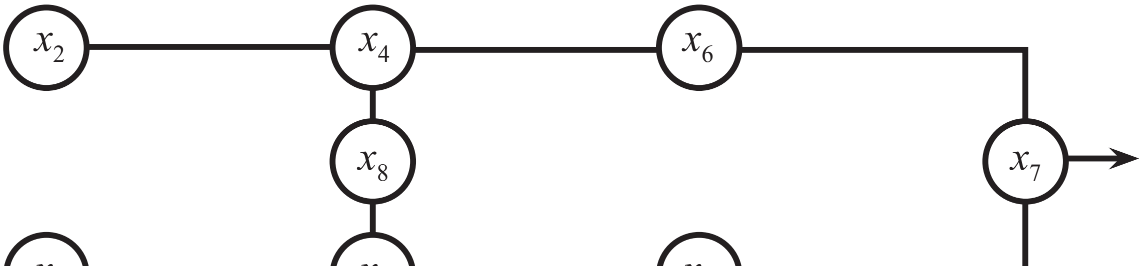
ელემენტების საიმედოობის გაზრდით, სტრუქტურული და დროითი სიჭარბის შექმნით, ასევე ურთიერთშენაცვლებისა და აღდგენადობის საშუალებებით ჩვენ უზრუნველვყოფთ რთული სისტემის მტყუნებამდგრადობის ამაღლებას. მაგრამ სწორედ რთულ სისტემებს ახასიათებთ ელემენტთა ფუნქციონირების ნორმალური რეჟიმიდან მცირედი გადახვევები, რომლებიც, დროთა განმავლობაში, უახლოვდებიან კრიტიკულ ზღვარს და იწვევენ ავარიული სიტუაციების შექმნას.

რთული სისტემების საიმედოობის რეალური მოდელების განხილვისას, როგორც წესი მხედველობაში იღებენ ელემენტების შემადგენლობას, მათ ურთიერთკავშირებს, სამუშაო რეჟიმს და ა.შ. უსაფრთხოების განხილვისას წინა პლანზე გამოდის ისეთი კომპონენტები, რომლებსაც არ ითვალისწინებს საიმედოობის თეორია: გარემო, რომელშიც ფუნქციონირებს სისტემა, დამცავი ნაგებობები და საშუალებები, გარეგანი და შინაგანი ფაქტორების ზემოქმედება, ადამიანთა (პერსონალის) წინასწარგანზრახული ან უპასუხისმგებლო მოქმედება და სხვ.

მაღალი პასუხისმგებლობის რთული სისტემების დაპროექტებისას და მათი მართვის ალგორითმების შემუშავებისას აუცილებელია ძალიან დაწვრილებით იქნას განხილული და აღწერილი სახიფათო მდგომარეობების სიმრავლე და მათი წარმოქმნის ლოგიკა. აუცილებელია ზუსტად ვიცოდეთ, რა პირობებში წარმოიქმნება აფეთქების, ხანძრის, ნგრევის, გერმეტიზაციის დარღვევისა და სხვა მსგავსი სახიფათო სიტუაციები. ეს საშუალებას მოგვცემს ერთის მხრივ წინასწარ მივიღოთ დაცვის ზომები, მეორეს მხრივ კი შევიმუშაოთ სისტემის უსაფრხო მართვის ალგორითმი.

შესაბამისად, უნდა შემუშავდეს ისეთი მათემატიკური მოდელი, რომელიც მოგვცემს საშუალებას კომპიუტერის დახმარებით გავათამაშოთ ყველა შესაძლო ავარიული სიტუაცია. სრული და ობიექტური საწყისი მონაცემების არარსებობის შემთხვევაში შესაძლებელია ავარიული სიტუაციის განვითარების ალბათობის სცენარის შემუშავება. შესაბამისად, სცენარი უნდა შემუშავდეს არა „ქვემოდან–ზემოთ“, როცა ვიწყებთ განხილვას თითოეული ელემენტის მტყუნებით, თუ რა შედეგამდე მიგვიყვანს ეს მტყუნება, არამედ „ზემოდან–ქვემოთ“, როცა განხილვას ვიწყებთ სახიფათო მდგომარეობით და შემდეგ ვიკვლევთ იმ გამომწვევ მიზეზებს, რომელმაც მიგვიყვანა ამ სახიფათო მდგომარეობამდე.

სისტემის სტრუქტურული საიმედოობის ამოცანის ფორმალიზება განვიხილოთ ელექ-ტროენერგეტიკული სისტემის მაგალითზე. სისტემის ელემენტები აღვნიშნოთ x_i-ით, სადაც x_i აღნიშნავს i-ური ელემენტის მუშაობისუნარიანობას, x_i' კი მტყუნებას. ელექ-ტროენერგეტიკული სისტემის ელემენტებს შორის ლოგიკური კავშირები შეგვიძლია გამოვსახოთ კონუნქციის, დიზუნქციის, უარყოფის ლოგიკური ოპერაციებით. ელექტრო-ენერგეტიკული სისტემის ფუნქციონირებისა და საიმედოობის სტრუქტურული სქემა ნაჩვენებია სურ. 3.1-ზე:



სურ. 3.1. ელექტროენერგეტიკული სისტემის საიმედოობის სქემა

საჭიროა შევაფასოთ მომხმარებელთა ელექტროენერგიით უზრუნველყოფის საიმედოობა. პირველ რიგში უნდა აღიწეროს სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა, რაც შესაძლებელია განხორციელდეს სამი გზით:

- სიტყვიერად;
- გრაფიკულად (სისტემის სტრუქტურული სქემით);
- ფორმალიზებულად (მაგალითად, ლოგიკური ფუნქციით).

სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის აღწერის **სიტყვიერი მეთოდი** ყველაზე უფრო გავრცელებულია და მარტივი, მაგრამ არის ძალიან დიდი მოცულობის და არასაკმარისად თვალსაჩინო და მკაფიო.

სისტემის სტრუქტურული სქემის აღწერის **გრაფიკული მეთოდი** საკმარისად თვალსაჩინოა, მაგრამ არასრულია და არაერთგვაროვანი.

ფორმალიზებული აღწერის მეთოდი ყველაზე უფრო მკაფიოა, სრულია და ერთგვაროვანი.

სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის ასაღწერად მიზანშეწონილია გამოყენებული იქნას სამივე ეს მეთოდი, ვინაიდან ისინი ავსებენ ერთმანეთს, თუმცა განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს სისტემის ფორმალიზებულ აღწერას, ვინაიდან ის ყველაზე უფრო მკაფიოა და ერთგვაროვანი. სისტემის ფორმალიზებული აღწერის უპირატესობა, სხვა მეთოდებთან შედარებით, აგრეთვე იმაში მდგომარეობს, რომ იგი საშუალებას იძლევა სისტემის ფუნქციონირების მოდელირება მოვახდინოთ კომპიუტერის გამოყენებით და გავზარდოთ მიღებული შედეგების სანდოობა.

საიმედოობის კლასიკურ თეორიაში განიხილება სისტემის ორი მდგომარეობა: მუშაობისუნარიანობა $(y=1)$ ან მტყუნება $(y=0)$, რაც დამოკიდებულია სისტემის ელემენტების $(x_1, x_2,\ldots, x_n)$ მდგომარეობაზე, რომელთაგან თითოეულს ასევე ორი მდგომარეობა აქვს: მუშაობისუნარიანობა $(x_i=1)$ ან მტყუნება $(x_i=0)$.

ორობითი ცვლადების კონკრეტული მნიშვნელობები განსაზღვრავენ სისტემის მდგომარეობის ვექტორს $x=(x_1, x_2,\ldots, x_n)$.

ლოგიკური ალგებრის ფუნქციას, რომელიც ელემენტების მდგომარეობებს აკავშირებს სისტემის მდგომარეობასთან $y(x) = y(x_1, x_2,\ldots, x_n)$, **სისტემის მუშაობისუნარიანობის ფუნქცია** ეწოდება.

სისტემა, რომელშიც მწყობრიდან გამოსული ელემენტის შეცვლა მუშა ელემენტით არ იწვევს სისტემის მტყუნებას, მონოტონური მუშაობისუნარიანობის ფუნქციის მქონეა. ასეთ სისტემებს **მონოტონური სტრუქტურის მქონე სისტემები** ეწოდებათ.

ყველა ლოგიკური ფუნქცია, რომელიც ჩაწერილია კონუნქციით და დიზუნქციით (უარყოფის გარეშე), მონოტონურ ფუნქციას წარმოადგენს.

მონოტონური სტრუქტურისთვის სისტემის მუშაობისუნარიანობის ფუნქცია შესაძლებელია ჩაწერილი იქნას ეგრეთწოდებული წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების ან სისტემის მტყუნების მინიმალური კვეთების საშუალებით.

სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზა წარმოადგენს მისი ელემენტების ისეთ კონუნქციას, რომელთაგან ნებისმიერი კომპონენტის ამოღება იწვევს

სისტემის ფუნქციონირების დარღვევას. ასეთი კონუნქცია ჩაიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით:

$$K_l = \bigwedge_{i=1}^{n} x_i \qquad (3.1)$$

ამგვარად, სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზა აღწერს სისტემის ფუნქციონირების რომელიმე ერთ ვარიანტს, რომელშიც გაერთიანებულია ელემენტების მინიმალური რაოდენობა.

სისტემის მტყუნების მინიმალური კვეთა წარმოადგენს მისი ელემენტების უარყოფების ისეთ კონუნქციას, რომელთაგან არც ერთი კომპონენტის ამოღება არ შეიძლება ისე, რომ არ იქნას დარღვეული სისტემის მტყუნების მდგომარეობა. ასეთი კონუნქცია ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$S_j = \bigwedge_{i=1}^{n} x_i' \qquad (3.2)$$

ამგვარად, სისტემის მტყუნების მინიმალური კვეთა აღწერს სისტემის მუშაობისუნარიანობის დარღვევის პირობას მტყუნების მქონე ელემენტების მინიმალური რაოდენობით.

ყოველ სტრუქტურული სიჭარბის მქონე სისტემას გააჩნია უმოკლესი გზებისა და მინიმალური კვეთების სასრული რაოდენობა.

სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა შესაძლებელია ჩაიწეროს წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების დიზუნქციით:

$$Y(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee_{l=1}^{d} K_l = \bigvee_{l=1}^{d} \left[\bigwedge_{i=1}^{n} x_i \right] \qquad (3.3)$$

სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა შესაძლებელია ჩაიწეროს აგრეთვე მტყუნებათა მინიმალური კვეთების უარყოფების კონიუნქციით:

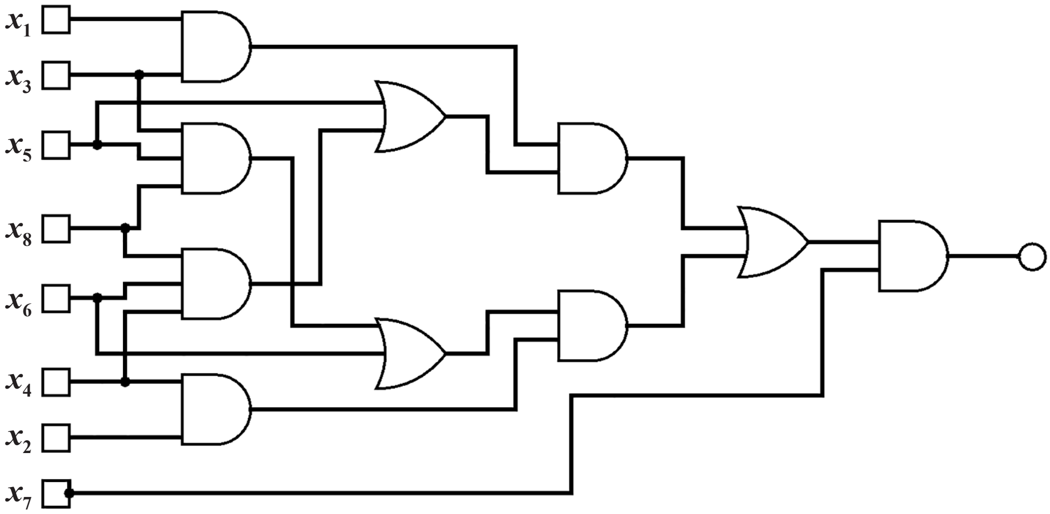
$$Y(x_1, \ldots, x_n) = \bigwedge_{j=1}^{m} S_j' = \bigwedge_{j=1}^{m} \left[\bigvee_{i=1}^{n} x_i \right] \qquad (3.4)$$

ამგვარად, რეალური სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა შესაძლებელია წარმოვადგინოთ, როგორც საიმედოობის თვალსაზრისით ეკვივალენტური სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობით, რომლის სტრუქტურა წარმოადგენს წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების პარალელურ შეერთებას, ისე სხვა ეკვივალენტური სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობით, რომლის სტრუქტურა წარმოადგენს მინიმალური კვეთების უარყოფების მიმდევრობით შეერთებას.

პარაგრაფის დასაწყისში განხილული ელექტროენერგეტიკული სისტემის (სურ. 3.1) მუშაობისუნარიანობის პირობა ჩავწეროთ წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების საშუალებით:

$$Y(x_1, \ldots, x_n) = \begin{vmatrix} x_1 x_3 x_5 x_7 \\ x_1 x_3 x_8 x_4 x_6 x_7 \\ x_2 x_4 x_6 x_7 \\ x_2 x_4 x_8 x_3 x_5 x_7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{vmatrix} \qquad (3.4)$$

ელექტროენერგეტიკული სისტემის ლოგიკური სქემა წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზებით (3.5) იხილეთ სურ. 3.2-ზე:

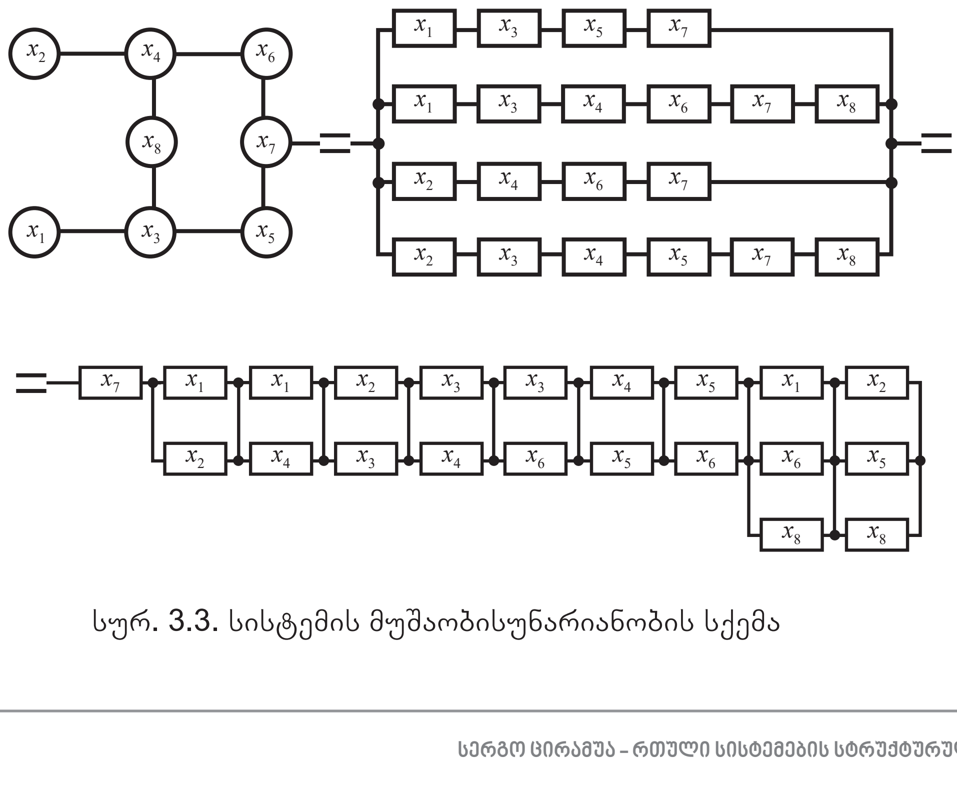


სურ. 3.2. ელექტროენერგეტიკული სისტემის ლოგიკური სქემა

ელექტროენერგეტიკული სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა შესაძლებელია ჩაიწეროს მინიმალური კვეთების საშუალებითაც:

$$Y(x)=x_7(x_1\vee x_2)(x_1\vee x_4)(x_2\vee x_3)(x_3\vee x_4)(x_3\vee x_6)(x_4\vee x_5)(x_5\vee x_6)(x_1\vee x_6\vee x_8)(x_2\vee x_5\vee x_8)= \\ =S_1'S_2'\ldots S_{10}'. \tag{3.6}$$

მუშაობისუნარიანობის პირობები (3.5) და (3.6) გრაფიკულად შესაძლებელია გამოისახოს ორი ლოგიკური სქემით, რომლებიც სურ. 3.3-ზეა მოცემული. თვალსაჩინოდ ჩანს, რომ სისტემა ასრულებს მასზე დაკისრებულ ფუნქციას (უზრუნველყოს მომხმარებელი ელექტროენერგიით) თუ არსებობს ფუნქციონირების ოთხი გზიდან ერთი მაინც, უმოკლესი გზა ან ყველა ათი კვეთა იქნება მუშა მდგომარეობაში.



სურ. 3.3. სისტემის მუშაობისუნარიანობის სქემა

3.3. სისტემის სახიფათო მდგომარეობის სცენარის აღწერა

საიმედოობის თეორიაში ყველაფერი იწყება სისტემის მუშაობისუნარიანობის ცნების განსაზღვრით, უსაფრთხოების თეორიაში პირიქით, საჭიროა ყოველ კონკრეტულ სიტუაციაში აღვწეროთ **სახიფათო მდგომარეობის სცენარი**, ანუ გავარკვიოთ, როგორ წარმოიქმნება სიტუაცია, რომელსაც მივყავართ დიდი მასშტაბის ზარალამდე ტექნიკურ, ეკონომიკურ, ეკოლოგიურ, ბიზნესის, საფინანსო და ა.შ. სისტემებში.

უსაფრთხოების ლოგიკურ-ალბათურ თეორიაში სახიფათო მდგომარეობის აღწერა წარმოებს სისტემის *საფრთხის (საშიშროების) ლოგიკური ფუნქციით*, რომლის არგუმენტებს წარმოადგენენ ეგრეთწოდებული *მაინიცირებელი ხდომილება (მხ)* და *მაინიცირებელი პირობა (მპ)*, რომლებიც შეიძლება იყვნენ სახიფათო მდგომარეობის გამომწვევი მოვლენები (ექსპლუატაციის წესების დარღვევა, ადამიანი-ოპერატორების შეცდომა, ტექნიკური ელემენტების მტყუნება, დივერსიული აქტები, მოკლე ჩართვები, ვალუტის კურსის ვარდნა და ა.შ.).

სახიფათო მდგომარეობის აღწერის მიზნით სპეციალისტები იყენებენ სისტემის საფრთხის ლოგიკური ფუნქციის ჩაწერის ორ ფორმას: **სახიფათო ფუნქციონირების უმოკლესი გზების ან ხიფათის აცილების მინიმალური კვეთების** საშუალებით.

სახიფათო ფუნქციონირების უმოკლესი გზა (სფუგ) წარმოადგენს ისეთ კონუნქციას, რომლიდანაც არც ერთი კომპონენტის ამოღება არ შეიძლება ისე, რომ არ დაირღვეს სახიფათო ფუნქციონირების პირობა, რაც ლოგიკური ფუნქციით ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\Phi_l = \bigwedge_{i \in K_{\Phi_l}} z_i \, , \qquad (3.7)$$

სადაც, მაინიცირებელი ხდომილება z_i შეიძლება იყოს 1-ის ტოლი, თუ ხდომილება მოხდა, ან 0-ის ტოლი, თუ ხდომილება არ მოხდა.

ამგვარად, **სფუგ** აღწერს ერთ რომელიმე ვარიანტს, რომელსაც მაინიცირებელი პირობების მინიმალური სიმრავლით სისტემა მიყავს სახიფათო მდგომარეობამდე.

ხიფათის აცილების მინიმალური კვეთა (ხამკ) წარმოადგენს მაინიცირებელი ხდომილებების უარყოფების ისეთ კონუნქციას, რომელთაგან არც ერთი კომპონენტის ამოღება არ შეიძლება ისე, რომ არ დაირღვეს სისტემის უსაფრთხო ფუნქციონირების პირობა, რაც ლოგიკური ფუნქციით ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\Psi_j = \bigwedge_{i \in K_{\Psi_j}} z_i' \, , \qquad (3.8)$$

სხვა სიტყვებით, **ხამკ** მაინიცირებელი პირობების მინიმალური სიმრავლით აღწერს სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების დარღვევის ერთ რომელიმე ვარიანტს.

ნებისმიერ რეალურ სისტემას გააჩნია **სფუგ**-ებისა და **ხამკ**-ების სასრული რაოდენობა, შესაბამისად სისტემის სახიფათო მდგომარეობის პირობა ჩაიწერება ყველა **სფუგ**-ის დიზუნქციით:

$$y(z_1, z_2, \ldots, z_m) = y(z_m) = \bigvee_{l=1}^{d} \Phi_l = \bigvee_{l=1}^{d} \left[\bigwedge_{i \in K_{\Phi_l}} z_i \right], \qquad (3.9)$$

ან ყველა **ხამკ**-ის უარყოფების კონუნქციით:

$$y(z_1, z_2, \ldots, z_m) = y(z_m) = \bigwedge_{j=1}^{n} \Psi_l' = \bigwedge_{j=1}^{n} \left[\bigvee_{i \in K_{\Psi_j}} z_i \right], \qquad (3.10)$$

ამგვარად, რეალური სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების პირობა შესაძლებელია წარმოვადგინოთ, როგორც უსაფრთხოების თვალსაზრისით რაიმე ეკვივალენტური სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების პირობით, რომლის სტრუქტურა წარმოადგენს **სფუგ**-ების პარალელურ შეერთებას ან **ხამკ**-ების უარყოფების მიმდევრობით შეერთებას.

განვიხილოთ მაგალითი, ვთქვათ სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების პირობა მოცემულია **სფუგ**-ების საშუალებით:

$$\Phi_1 = z_1 z_3 z_4\,,\quad \Phi_2 = z_1 z_3 z_5\,,\quad \Phi_3 = z_2 z_4 z_3\,,\quad \Phi_4 = z_2 z_4 z_5\;;$$

$$y(z_1,\,\dots,\,z_5) = \left|\begin{array}{c|c} z_1 z_3 & z_4 \\ & z_5 \\ z_2 z_4 & z_3 \\ & z_5 \end{array}\right| \qquad (3.11)$$

ეს ოთხი კონუნქცია იწვევს სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლას.

ლოგიკური ფუნქცია, რომელიც ჩაწერილია მატრიცული ფორმით, წარმოადგენს მონოტონურ და განმეორებად ფუნქციას.

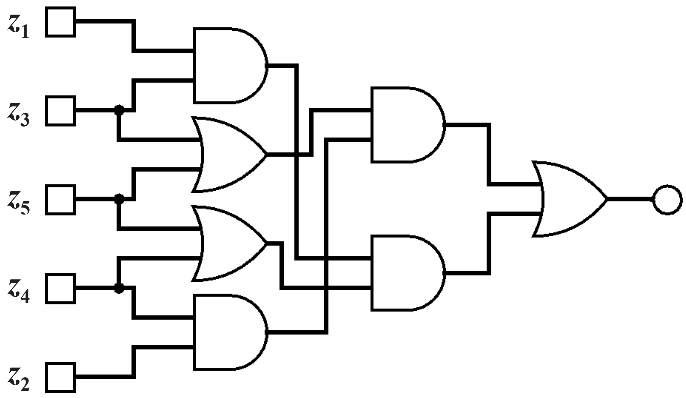
თუ მოვახდენთ მოცემული ფუნქციის ინვერსიას, მივიღებთ სიტემის უსაფრთხოების ფუნქციას:

$$y'(z_1',\,\dots,\,z_5') = \left|\begin{array}{c} z_1' z_2' \\ z_1' z_4' \\ z_2' z_3' \\ z_3' z_4' \\ z_3' z_5' \\ z_4' z_5' \end{array}\right| \qquad (3.12)$$

მოყვანილი ექვსი **ხამკ** მკაფიოდ მიუთითებს იმ კონუნქციებზე, რომლებიც „იცავენ“ სისტემას საფრთხისაგან:

$$z_1' z_2' = \Psi_1\,;\; z_1' z_4' = \Psi_2\,;\; z_2' z_3' = \Psi_3\,;\; z_3' z_4' = \Psi_4\,;\; z_3' z_5' = \Psi_5\,;\; z_4' z_5' = \Psi_6\,.$$

სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების სცენარის (3.11)-ის ლოგიკურ სქემას ექნება შემდეგი სახე (სურ. 3.4):



სურ. 3.4. სახიფათო ფუნქციონირების სცენარის ლოგიკური სქემა

დავალება 3

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ შენონის დაშლის ფორმულა: ა) დიზუნქციის ოპერაციისა და ბ) „ჯამი ორის მოდულით“ ოპერაციის გამოყენებით.
2. დაწერეთ ლოგიკური ფუნქციის ბულის სხვაობის ფორმულა.
3. დაწერეთ $f(x_1, \ldots, x_n)$ ლოგიკური ფუნქციის სიმეტრიული ფუნქცია x_i არგუმენტით.
4. ზოგადი სახით დაწერეთ ერთეულოვანი და ნულოვანი ლოგიკური ფუნქციები.
5. დაწერეთ ბულის სხვაობის ფორმულა ერთეულოვანი და ნულოვანი ლოგიკური ფუნქციებით (თვისება 2).
6. დაწერეთ ოდნფ-ის სახით მოცემული ლოგიკური ფუნქციის ჭეშმარიტების ალბათობის ზოგადი ფორმულა.
7. განმარტეთ სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზა და დაწერეთ მისი ლოგიკური ფუნქცია.
8. განმარტეთ სისტემის მტყუნების მინიმალური კვეთა და დაწერეთ მისი ლოგიკური ფუნქცია.
9. დაწერეთ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის ლოგიკური ფუნქცია სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების გამოყენებით.
10. დაწერეთ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის ლოგიკური ფუნქცია სისტემის მტყუნების მინიმალური კვეთის გამოყენებით.
11. განმარტეთ სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების უმოკლესი გზა და დაწერეთ მისი ლოგიკური ფუნქცია.
12. განმარტეთ სისტემის ხიფათის აცილების მინიმალური კვეთა და დაწერეთ მისი ლოგიკური ფუნქცია.
13. დაწერეთ სისტემის სახიფათო მდგომარეობის პირობა მისი სახიფათო ფუნქციონირების უმოკლესი გზებით.
14. დაწერეთ სისტემის სახიფათო მდგომარეობის პირობა მისი ხიფათის აცილების მინიმალური კვეთის გამოყენებით.

პრაქტიკული დავალება:

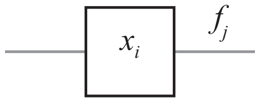
15. ლოგიკური ფუნქცია $f(x)=\{(x_1x_2')'(x_1x_3)'[x_1'(x_3x_4)']'\}'$, რომელიც მოცემულია სრული ჩანაცვლების ფორმით წარმოადგინეთ ალბათური ფუნქციის სახით.
16. არაგანმეორებადი ლოგიკური ფუნქცია $f(x)=x_1(x_2' \vee x_3) \vee x_4(x_5 \vee x_6'x_7)$ გარდაქმენით სრული ჩანაცვლების ფორმად და წარმოადგინეთ ალბათური ფუნქციის სახით.
17. ოდნფ-ის სახით მოცემული ლოგიკური ფუნქცია $f(x)=x_1x_2 \vee x_1x_2'x_3' \vee x_1'x_2x_3x_4'$ წარმოადგინეთ ალბათური ფუნქციის სახით.
18. გამოთვალეთ სისტემის მუშაობისუნარიანობის ალბათობა $P\{f(x)=1\}$ თუ სისტემის სტრუქტურა აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით: $f(x)=x_1(x_2x_4 \vee x_3x_5)$ და ელემენტთა მუშაობისუნარიანობის ალბათობები ტოლია, R=0,99.
19. გამოთვალეთ სისტემის მუშაობისუნარიანობის ალბათობა $P\{f(x)=1\}$ თუ სისტემის სტრუქტურა აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით: $f(x)=x_1(x_2 \vee x_3x_4)'$ და ელემენტთა მუშაობისუნარიანობის ალბათობები ტოლია, R=0,97.
20. გამოთვალეთ სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების ალბათობა $P\{f(z)=1\}$ თუ სისტემის სახიფათო ფუნქციონირების სცენარი აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით: $f(z)=z_1z_2z_4 \vee z_1z_3z_5 \vee z_2z_5$ და მაინიცირებელი ხდომილებები/პირობები ტოლია, D=0,03.

თავი 4.
მარტივი სტრუქტურის სისტემები

4.1. მარტივი სტრუქტურის სისტემების საიმედოობის მოდელები

მარტივი სტრუქტურის სისტემებს მიეკუთვნებიან ისეთი სისტემები, რომელთა საიმედოობის მოდელი აღიწერება მიმდევრობით, პარალელურ, მიმდევრობით-პარალელურ და ხისებრი სტრუქტურული სქემებით და შესაბამისი ლოგიკური ფუნქციებით.

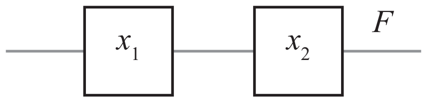
განვიხილოთ სისტემის i-ური ელემენტის საიმედოობის მოდელი (სურ.4.1):



სურ. 4.1. სისტემის ელემენტის საიმედოობის მოდელი

სისტემის ფუნქციონირების პროცესში შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს შემდეგი ორი მდგომარეობიდან ერთ-ერთს: $x_i = 1$, როდესაც სისტემის i-ური ელემენტი მუშა მდგომარეობაშია ან $x_i = 0$, როდესაც ელემენტი მტყუნების (არამუშა) მდგომარეობაშია. სისტემის i-ური ელემენტის საიმედოობა გამოითვლება შესაბამისი ლოგიკური ელემენტის ჭეშმარიტების ალბათობით $R\{x_i = 1\}$, ანუ R არის ალბათობა იმისა, რომ ელემენტი x_i იმყოფება მუშა მდგომარეობაში.

მიმდევრობითი და პარალელური სტრუქტურები. თუ სისტემა შედგება ორი ელემენტისგან და სისტემის ფუნქციონირებისთვის აუცილებელია ორივე ელემენტი ერთდროულად ან თანმიმდევრულად (ერთმანეთის მიყოლებით) ასრულებდეს მათზე დაკისრებულ ფუნქციას, მაშინ სისტემის საიმედოობის მოდელი წარმოადგენს მიმდევრობით შეერთებულ ლოგიკურ ელემენტებს (სურ. 4.2):



სურ. 4.2. 2-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის მიმდევრობითი სქემა

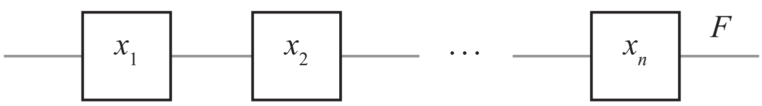
ამ შემთხვევაში სისტემის საიმედოობის მოდელი აღიწერება კონუნქციის ლოგიკური ფუნქციით

$$Y(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2$$

ხოლო სისტემის საიმედოობა (უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა) გამოითვლება ფორმულით, რომელშიც განხორციელდა ლოგიკური ელემენტების ჩანაცვლება ელემენტების მუშაობისუნარიანობის ალბათობებით და კონუნქციის ლოგიკური ოპერაციის ჩანაცვლება – გამრავლების ოპერაციით:

$$P\{Y(x_1, x_2) = 1\} = Rx_1 \times Rx_2$$

ცხადია იგივე მსჯელობით n რაოდენობა ელემენტისათვის გვექნება (სურ. 4.3):



სურ. 4.3. n-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის მიმდევრობითი სქემა

ლოგიკურ ფუნქციას ექნება სახე:

$$Y(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge x_n\,,$$

ხოლო სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა გამოითვლება ფორმულით:

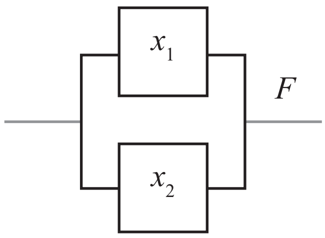
$$P\{Y(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1\} = R_{x_1} \times R_{x_2} \times \ldots \times R_{x_n}.$$

მუშაობისუნარიანობის ტოლი ალბათობების მქონე ელემენტებით შედგენილი სისტემის საიმედოობა გამოითვლება ფორმულით

$$P\{Y(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1\} = R^n.$$

ცხადია ასეთ სისტემაში ერთი ელემენტის მტყუნებაც კი გამოიწვევს სისტემის მტყუნებას, რაც მის დაბალ საიმედოობაზე მეტყველებს.

საიმედოობის ამაღლების მიზნით იყენებენ დარეზერვების სხვადასხვა კლასიკურ მოდელებს. მაგალითად, ერთი ელემენტის პარალელურად დარეზერვების საიმედოობის სქემას ასეთი სახე ექნება (სურ. 4.4):



სურ. 4.4. 2-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის პარალელური სქემა

სისტემის მუშაობა აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით:

$$Y(x_1, x_2) = x_1 \vee x_2.$$

სისტემის საიმედოობის გამოსათვლელად ეს ლოგიკური ფუნქცია უნდა გარდავქმნათ დე მორგანის ფორმულით:

$$Y(x_1, x_2) = x_1 \vee x_2 = (x_1' \wedge x_2')'.$$

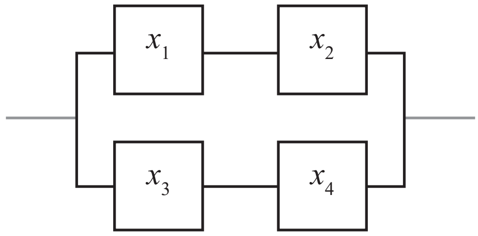
მიღებული ლოგიკური ფუნქცია წარმოადგენს ალბათობებით ჩანაცვლების ფორმას, რითაც მივიღებთ სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულას:

$$P\{Y(x_1, x_2) = 1\} = 1 - [(1 - R_{x_1}) \times (1 - R_{x_2})].$$

ელემენტების მუშაობისუნარიანობის ტოლი ალბათობების შემთხვევაში მივიღებთ:

$$P\{Y(x_1, x_2) = 1\} = 1 - (1 - R)^2 = 2R - R^2.$$

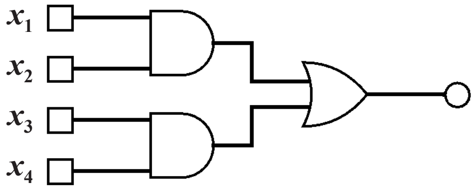
მიმდევრობით ჩართული ორ ელემენტიანი სისტემის დარეზერვების შემთხვევაში მივიღებთ საიმედოობის ასეთ სქემას (სურ. 4.5):



სურ. 4.5. 4-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის მიმდევრობით-პარალელური სქემა

საიმედოობის ასეთ ლოგიკურ სქემას მიმდევრობით-პარალელური სქემა ეწოდება და აქ 2-ელემენტიანი სისტემა მთლიანად არის დარეზერვებული. ამ შემთხვევაში x_1 და x_2 ელემენტებიდან ერთერთის მტყუნების შემთხვევაში ხდება გადართვა მეორე მიმდევრობით სქემაზე (x_3 და x_4) და სისტემა განაგრძობს ფუნქციონირებას.

4-ელემენტიანი მიმდევრობით-პარალელური სისტემის ლოგიკურ სქემას შემდეგი სახე ექნება(სურ. 4.6):



სურ. 4.6. 4-ელემენტიანი მიმდევრობით-პარალელური სისტემის ლოგიკური სქემა

სისტემის ფუნქციონირება აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით, რომელიც ასევე უნდა გარდავქმნათ დე მორგანის ფორმულით, რის შემდეგაც მივიღებთ:

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4) = [(x_1\, x_2)' \wedge (x_3\, x_4)']'.$$

მიღებული ლოგიკური ფუნქცია წარმოადგენს ალბათობებით ჩანაცვლების ფორმას, რითაც მივიღებთ სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულას:

$$\mathrm{P}Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1\} = 1 - (1 - R_{x1}R_{x2}) \times (1 - R_{x3}R_{x4}).$$

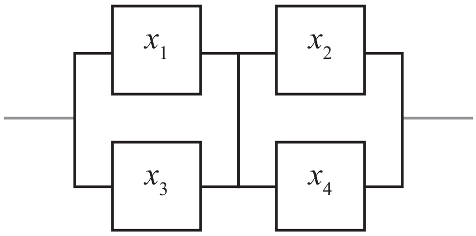
ტოლი ალბათობების შემთხვევაში მივიღებთ:

$$P\{Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1 = 1 - (1 - R^2)^2 = 2R^2 - R^4.$$

ზოგადად თუ მიმდევრობით ჩართულია m რაოდენობის ელემენტი, ხოლო პარალელურად ჩართულია n რაოდენობის რეზერვი (ანუ ლოგიკური ფუნქცია შედგება n რაოდენობის m რანგის კონუნქციებისგან) მაშინ სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულას ტოლი ალბათობების შემთხვევაში ასეთი სახე ექნება:

$$P\{Y(x_1, x_2, ..., x_{nm}) = 1\} = 1 - (1 - \mathrm{R}^m)^n.$$

ახლა განვიხილოთ სისტემის საიმედოობის მოდელი, რომელშიც თითოეული ელემენტი იქნება დარეზერვებული. ასეთ სისტემაში ნებისმიერი ელემენტის მტყუნების შემთხვევაში მოხდება სარეზერვო ელემენტზე გადართვა დროის დასაშვებ ინტერვალში და სისტემა გააგრძელებს წარმატებულ ფუნქციონირებას. ამგვარად, სისტემა იძენს მტყუნებამდგრადობის თვისებას. ასეთი სისტემის საიმედოობა პარალელურ-მიმდევრობითი ლოგიკური სქემით აღიწერება (სურ. 4.7):

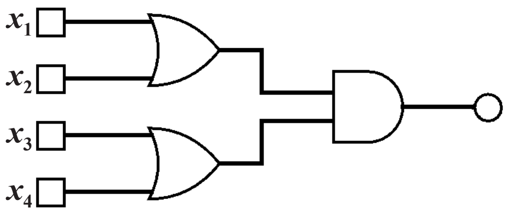


სურ. 4.7. 4-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის პარალელურ-მიმდევრობითი სქემა

მიღებული ლოგიკური სქემა შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით ჩაიწერება:

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_4) = (x_1' x_3')' \wedge (x_2' x_4')'.$$

4-ელემენტიანი პარალელურ-მიმდევრობითი სისტემის ლოგიკური სქემა იხილეთ სურ. 4.8-ზე:



სურ. 4.8. 4-ელემენტიანი პარალელურ-მიმდევრობითი სისტემის ლოგიკური სქემა

სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულას ასეთი სახე ექნება:

$$P\{Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1\} = [1-(1-R_{x1})(1-R_{x3})] \times [1-(1-R_{x2})(1-R_{x4})].$$

ტოლი ალბათობების შემთხვევაში მივიღებთ:

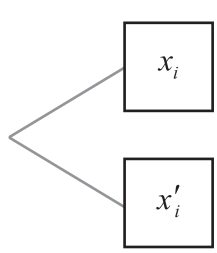
$$\mathrm{P}\{Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1\} = [1-(1-R)^2]^2 = 4R^2 - 4R^3 + \mathrm{R}^4.$$

ზოგადად თუ მიმდევრობით ჩართულია m რაოდენობის ელემენტი, ხოლო პარალელურად ჩართულია n რაოდენობის რეზერვი, მაშინ სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულას ტოლი ალბათობების შემთხვევაში ექნება ასეთი სახე:

$$P\{Y(x_1, x_2, ..., x_{nm}) = 1\} = [1-(1-R)^n]^m.$$

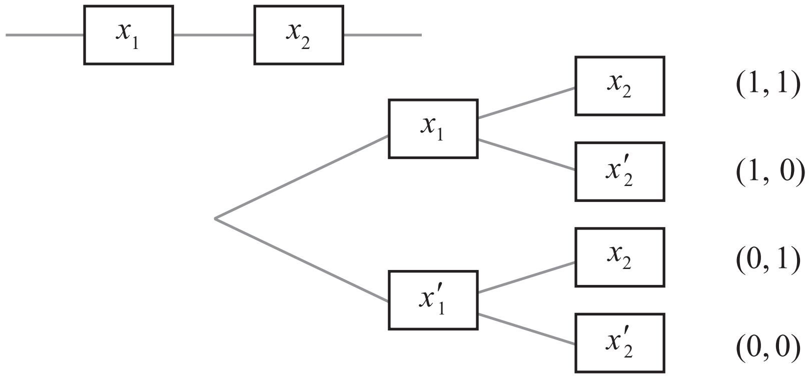
4.2. სისტემის მდგომარეობათა ხისებრი სტრუქტურები

სისტემებისა და ელემენტების მდგომარეობათა ვარიანტები (ყველა შესაძლო მდგომარეობები, მუშა მდგომარეობები, არამუშა მდგომარეობები) აღიწერება ხისებრი სტრუქტურებით. მაგალითად, როგორც ვიცით სისტემის ფუნქციონირების პროცესში დროის ნებისმიერ მომენტში სისტემის ნებისმიერი ელემენტი შესაძლებელია იმყოფებოდეს მუშა $(x_i = 1)$ ან არამუშა $(x'_i = 0)$ მდგომარეობაში. გრაფიკულად ეს ორი მდგომარეობა გამოისახება შემდეგი, ხისებრი, სტრუქტურული სქემით (სურ. 4.9):



სურ. 4.9. ელემენტის მდგომარეობების ხისებრი სტრუქტურული სქემა

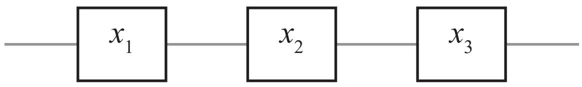
მიმდევრობით ჩართული 2-ელემენტიანი სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ვარიანტების სქემა აღიწერება შემდეგი ხისებრი სტრუქტურით (სურ. 4.10):



ნახ. 4.10. 2-ელემენტიანი სისტემის შესაძლო მდგომარეობათა სქემა

სისტემის 4 შესაძლო მდგომარეობიდან მხოლოდ პირველი შტო აღწერს სისტემის მუშა მდგომარეობას (1,1), დანარჩენი 3 მდგომარეობა აღწერს სისტემის მტყუნებათა მდგომარეობებს.

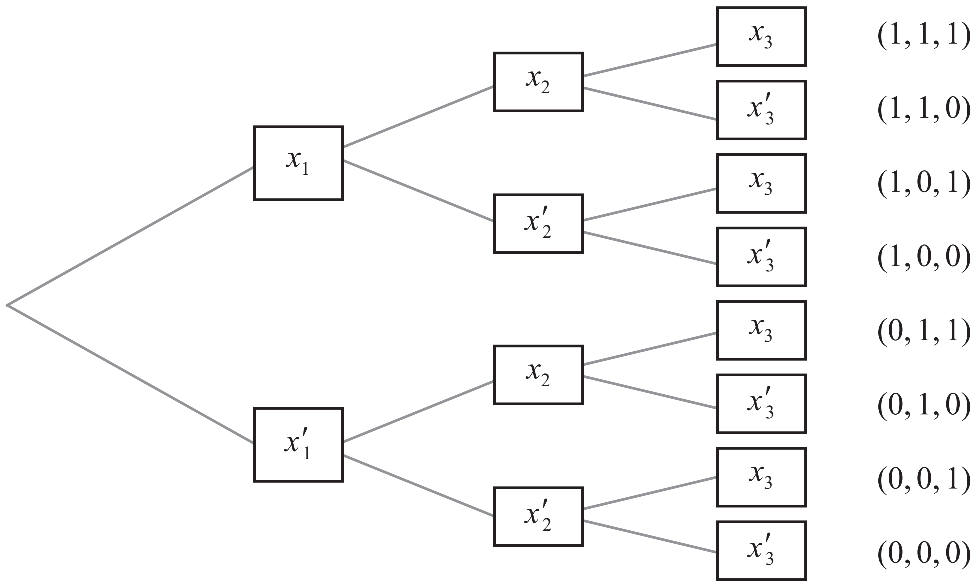
განვიხილოთ მიმდევრობით ჩართული 3-ელემენტიანი სისტემა, რომლის საიმედოობის სქემას აქვს შემდეგი სახე (სურ. 4.11):



სურ. 4.11. 3-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის სქემა

ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ვარიანტების რაოდენობა სამი მიმდევრობით ჩართული ელემენტის შემთხვევაში იქნება $N=2^3=8$. ზოგადად n ელემენტიანი სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ვარიანტების რაოდენობა გამოითვლება ფორმულით: $N=2^n$.

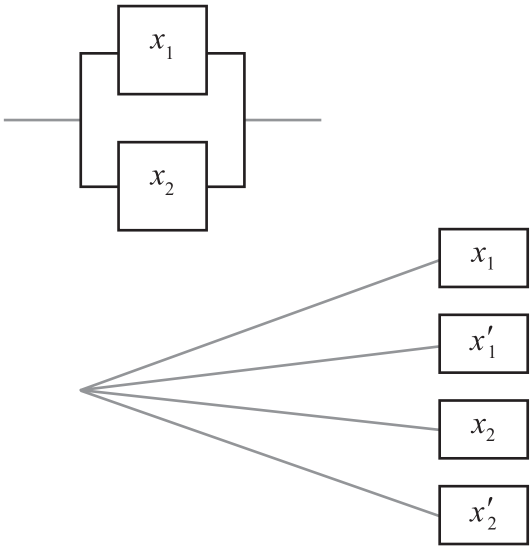
3-ელემენტიანი სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ვარიანტები აღიწერება შემდეგი ხისებრი სტრუქტურული სქემით (სურ. 4.12):



სურ. 4.12. 3-ელემენტიანი სისტემის შესაძლო მდგომარეობათა სქემა

განხილული სისტემის 8 შესაძლო მდგომარეობიდან მხოლოდ პირველი შტო აღწერს სისტემის მუშა მდგომარეობას $(1, 1, 1)$, დანარჩენი 7 მდგომარეობა აღწერს სისტემის მტყუნებათა მდგომარეობებს.

აქვე შესაძლებელია ვაჩვენოთ თუ როგორი სახე ექნება პარალელურად ჩართული 2-ელემენტიანი სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ვარიანტების ხისებრ სტრუქტურულ სქემას (სურ. 4.13):



სურ. 4.13. 2-ელემენტიანი სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობათა სქემა

დავალება 4

თეორიული საკითხები:

1. დახაზეთ მიმდევრობით ჩართული m ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის სქემა და დაწერეთ ასეთი სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულა ელემენტების უმტყუნოდ მუშაობის განსხვავებული და ერთნაირი ალბათობებისთვის.
2. დახაზეთ მიმდევრობით-პარალელურად ჩართული $n \times m$-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის ზოგადი სქემა (n საიმედოობის სქემაში სტრიქონების, ხოლო m სვეტების რაოდენობაა) და დაწერეთ ასეთი სისტემის საიმედოობის შეფასების ზოგადი ფორმულა ელემენტების უმტყუნოდ მუშაობის ერთნაირი ალბათობებისთვის.
3. დახაზეთ მიმდევრობით-პარალელურად ჩართული 2×3-ელემენტიანი სისტემის ($n=2, m=3$) საიმედოობის სქემა და დაწერეთ ასეთი სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულა ელემენტების უმტყუნოდ მუშაობის განსხვავებული და ერთნაირი ალბათობებისთვის.
4. დახაზეთ პარალელურ-მიმდევრობით ჩართული $n \times m$-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის ზოგადი სქემა (n საიმედოობის სქემაში სტრიქონების, ხოლო m სვეტების რაოდენობაა) და დაწერეთ ასეთი სისტემის საიმედოობის შეფასების ზოგადი ფორმულა ელემენტების უმტყუნოდ მუშაობის ერთნაირი ალბათობებისთვის.
5. დახაზეთ პარალელურ-მიმდევრობით ჩართული 2×3-ელემენტიანი სისტემის საიმედოობის სქემა ($n=2, m=3$) და დაწერეთ ასეთი სისტემის საიმედოობის შეფასების ფორმულა ელემენტების უმტყუნოდ მუშაობის განსხვავებული და ერთნაირი ალბათობებისთვის.

პრაქტიკული დავალება:

6. დაწერეთ მიმდევრობით ჩართული 6-ელემენტიანი სისტემის $Y(x)=x_1x_2x_3x_4x_5x_6$ უმტყუნობის ალბათობის პოლინომი და გამოთვალეთ მოცემული სისტემის საიმედოობა $P_1\{Y(x)=1\}$, თუ R_x=0,97.
7. დაწერეთ პარალელურად ჩართული 6-ელემენტიანი სისტემის $Y(x)=x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5 \vee x_6$ უმტყუნობის ალბათობის პოლინომი და გამოთვალეთ მოცემული სისტემის საიმედოობა $P_2\{Y(x)=1\}$, თუ R_x=0,97.
8. დაწერეთ მიმდევრობით-პარალელურად ჩართული 6-ელემენტიანი სისტემის $Y(x)=(x_1x_2x_3) \vee (x_4x_5x_6)$ უმტყუნობის ალბათობის პოლინომი და გამოთვალეთ მოცემული სისტემის საიმედოობა $P_3\{Y(x)=1\}$, თუ $R_x = 0{,}97$.
9. დაწერეთ პარალელურ-მიმდევრობით ჩართული 6-ელემენტიანი სისტემის $Y(x)=(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4) \wedge (x_5 \vee x_6)$ უმტყუნობის ალბათობის პოლინომი და გამოთვალეთ მოცემული სისტემის საიმედოობა $P_4\{Y(x)=1\}$, თუ R_x=0,97. შეადარეთ ერთმანეთს P_1, P_2, P_3 და P_4 მეტობით ან ნაკლებობით.
10. დახაზეთ მიმდევრობით ჩართული 3-ელემენტიანი სისტემის მტყუნების მდგომარეობების ხისებრი სტრუქტურული სქემა.

თავი 5.
ლოგიკური ფუნქციის კვეთის ალგორითმი

5.1. ლოგიკური ფუნქციის გარდაქმნა ალბათურ ფუნქციად

ალბათური ფუნქციის (აფ) განმარტებიდან გამომდინარე ის წარმოადგენს ლოგიკური ალგებრის ფუნქციის **(ლაფ)** ჭეშმარიტების ალბათობას. ამ ფორმალიზებულ ენას ზოგადად უწოდებენ ლოგიკურ–მათემატიკური ენას, ან ლოგიკურ-მათემატიკურ გამოთვლებს, ან ალბათურ ლოგიკას *(თავი 5 ეფუძნება [5]-ში განხილულ მასალას)*.

ალბათური ფუნქციის გამოსახულება საიმედოობისთვის და უსაფრთხოებისთვის ზოგადად ჩაიწერება ასეთი სახით:

$$R_S = P\{y(x_1, ..., x_m) = 1\}; \tag{5.1}$$

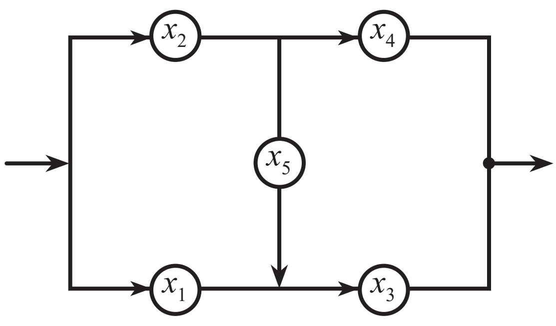
$$F_S = P\{y'(x'_1, ..., x'_m) = 1\}; \tag{5.2}$$

$$D_S = P\{y(z_1, ..., z_m) = 1\}; \tag{5.3}$$

$$S_S = P\{y'(z'_1, ..., z'_m) = 1\}; \tag{5.4}$$

სადაც R_S – სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობაა, F_S – სისტემის მტყუნების ალბათობაა, D_S – სისტემის საფრთხის ალბათობაა, S_S – სისტემის უსაფრთხოების ალბათობაა.

რთული სტრუქტურის სისტემების ლოგიკურ-ალბათური მეთოდებით **(ლამ)** აღწერისა და შეფასების მიზნით მაგალითისათვის განვიხილოთ 5-ელემენტიანი ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემა (სურ. 5.1).



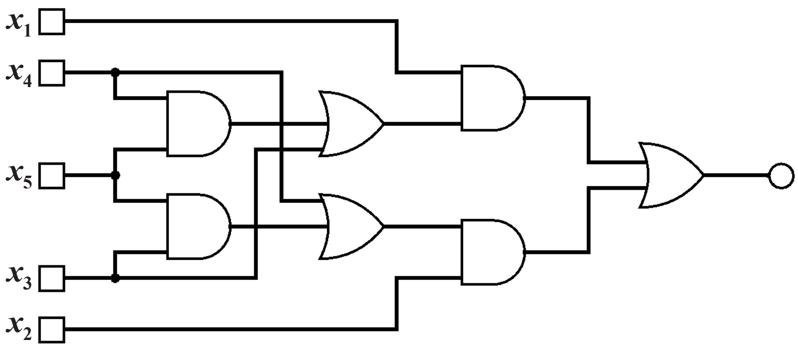
სურ. 5.1. ხიდისებური სტრუქტურა

ასეთი სტრუქტურა შესაძლებელია გააჩნდეს ნებისმიერი ტიპის (ტექნიკურ, ინფორმაციულ, ორგანიზაციულ და ა.შ.) სისტემას.

განვსაზღვროთ მოცემული სტრუქტურის მქონე სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა. სისტემის მუშაობისუნარიანობის ფუნქცია **(სმფ)** ჩავწეროთ მატრიცული ფორმის ლოგიკური ფუნქციის სახით:

$$y(x_1, \ldots, x_5) = \left|\begin{array}{l|l} x_1 & x_3 \\ & x_5 x_4 \\ x_2 & x_4 \\ & x_5 x_3 \end{array}\right| \qquad (5.5)$$

(5.5) ლოგიკური ფუნქციის ლოგიკური სქემა იხილეთ სურ. 5.2-ზე:



სურ. 5.2. ხიდისებური სტრუქტურის ლოგიკური სქემა

მიღებული ლოგიკური ფუნქცია მონოტონურია და განმეორებადი. შენონის დაშლის ფორმულის (თეორემა 1) გამოყენებით დავშალოთ ეს ფუნქცია x_5 არგუმენტის მიმართ, მივიღებთ

$$y(x_1, \ldots, x_5) = x_5 \left|\begin{array}{l|l} x_1 & x_3 \\ & 1\, x_4 \\ x_2 & x_4 \\ & 1\, x_3 \end{array}\right| \vee x_5' \left|\begin{array}{l|l} x_1 & x_3 \\ & 0\, x_4 \\ x_2 & x_4 \\ & 0\, x_3 \end{array}\right| \qquad (5.6)$$

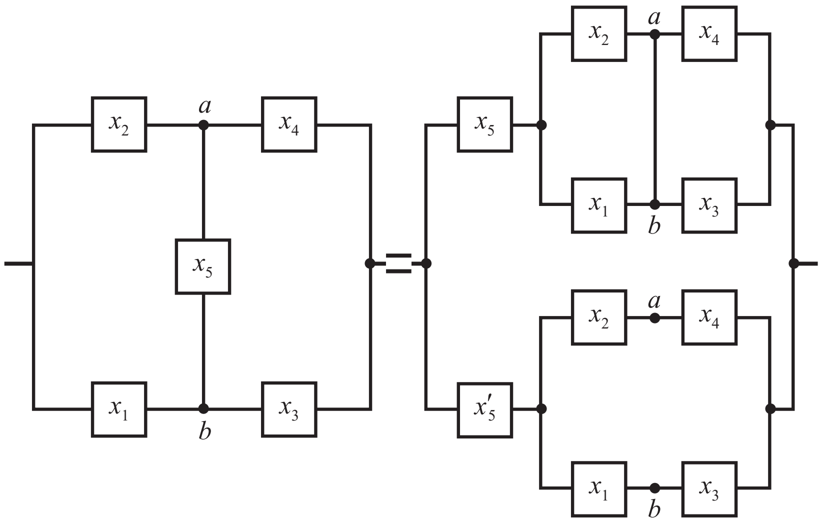
ერთი ცვლადის (1) და (2) წესის გამოყენებით მივიღებთ:

$$y(x_1, \ldots, x_5) = x_5 \left|\begin{array}{l|l} x_1 & x_3 \\ & x_4 \\ x_2 & x_4 \\ & x_3 \end{array}\right| \vee x_5' \left|\begin{array}{l} x_1 x_3 \\ x_2 x_4 \end{array}\right| \qquad (5.7)$$

ფრჩხილებს გარეთ გავიტანოთ $(x_3 \vee x_4)$, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$y(x_1, \ldots, x_5) = \left|\begin{array}{l|l} x_5 & \left.\begin{array}{l|l} x_1 & x_3 \\ x_2 & x_4 \end{array}\right. \\ x_5' & \begin{array}{l} x_1 x_3 \\ x_2 x_4 \end{array} \end{array}\right| \qquad (5.8)$$

ამგვარად მივიღეთ, რომ ხიდისებური სტრუქტურა ორი – პარალელური-მიმდევრობითი და მიმდევრობითი-პარალელური სქემის ეკვივალენტურია:



ლოგიკური ფუნქცია (5.8) წარმოადგენს სრული ჩანაცვლების ფორმას. შესაბამისად, შეგვიძლია ლოგიკური ცვლადები ჩავანაცვლოთ ალბათობებით, ლოგიკური ოპერაციები კი – მათემატიკური ოპერაციებით:

$$R_S = P\{y(x_1, ..., x_5) = 1\} = \qquad (5.9)$$

$$= P\left\{\{x_5(x_1'x_2')'(x_3'x_4')' \vee x_5'[(x_1x_3)'(x_2x_4)']'\} = 1\right\} =$$

$$= R_5(1 - Q_1 Q_2)(1 - Q_3 Q_4) + Q_5[(1 - (1 - R_1 R_3)(1 - R_2 R_4)]$$

თუ დავუშვებთ, რომ $R_1 = R_2 = \ldots = R_5 = R = const$, მივიღებთ ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის საიმედოობის შეფასების პოლინომს:

$$R_S = 2R^2 + 2R^3 - 5R^4 + 2R^5\ . \qquad (5.10)$$

ახლა განვიხილოთ სისტემის საფრთხის ფუნქცია (5.11), რომელიც ასევე განმეორებადია და მონოტონური:

$$\Phi_1 = z_1 z_3 z_4\,,\quad \Phi_2 = z_1 z_3 z_5\,,\quad \Phi_3 = z_2 z_4 z_3\,,\quad \Phi_4 = z_2 z_4 z_5\,;$$

$$y(z_1, \ldots, z_5) = \left|\begin{array}{l|l} z_1 z_3 & \begin{array}{l} z_4 \\ z_5 \end{array} \\ & \\ z_2 z_4 & \begin{array}{l} z_3 \\ z_5 \end{array} \end{array}\right| \qquad (5.11)$$

ალბათური ფუნქცია მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$D_S = P\{y(z_1, \ldots, z_5) = 1\} = P\left\{z_5 \left|\begin{array}{l|l} z_1 z_3 & \begin{array}{l} z_4 \\ 1 \end{array} \\ z_2 z_4 & \begin{array}{l} z_3 \\ 1 \end{array} \end{array}\right| \vee z_5' \left|\begin{array}{l|l} z_1 z_3 & \begin{array}{l} z_4 \\ 0 \end{array} \\ z_2 z_4 & \begin{array}{l} z_3 \\ 0 \end{array} \end{array}\right| = 1\right\} =$$

$$= P\left\{z_5 \left|\begin{array}{l} z_1 z_3 \\ z_2 z_4 \end{array}\right| z_4 \left| \vee z_5' \left|\begin{array}{l} z_1 \\ z_2 \end{array}\right| z_3 z_4 \right| = 1\right\} =$$

$$= P\left\{\{z_5[(z_1z_3)'(z_2z_4)']' \vee z_5'(z_1'z_2')'z_3z_4\} = 1\right\} =$$

$$= D_5[1-(1-D_1D_3)(1-D_2D_4)] + S_5(1-S_1S_2)D_3D_4 =$$
$$= D_1D_3D_4 + D_1D_3D_5 + D_2D_3D_5 + D_2D_4D_5 -$$
$$-(D_1D_3D_4D_5 + D_1D_2D_3D_4 + D_2D_3D_4D_5).$$

თუ დავუშვებთ, რომ $D_1 = D_2 = \ldots = D_5 = D = const$, მივიღებთ ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის საფრთხის შეფასების პოლინომს:

$$D_S = 4D^3 - 3D^4 \qquad (5.12)$$

მიღებული პოლინომი წარმოადგენს ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის საფრთხის შეფასების პოლინომს.

ლოგიკური გარდაქმნების სისწორე შეგვიძლია შევამოწმოთ, თუ (5.10) და (5.12) პოლინომებში ჩავსვამთ R=1 და D=1, შედეგად მივიღებთ ერთის ტოლ მნიშვნელობას.

5.2. კვეთის ალგორითმი

სისტემის საიმედოობისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასების მეთოდი, **კვეთის ალგორითმი**, ეფუძნება ლოგიკური ფუნქციის *შენონის დაშლის ფორმულას* (იხ. თავი 3):

$$f(x_1, \ldots, x_n) = x_i f_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_n) \vee x_i' f_0^{(i)}(x_1, \ldots, x_n).$$

კვეთის ალგორითმი მდგომარეობს შემდეგში:

1. ვითვლით $\boldsymbol{y(x_1, x_2, \ldots, x_m)}$ ლოგიკურ ფუნქციაში შემავალი ერთნაირინდექსიანი (ერთნაირნომრიანი) ასოების (არგუმენტების) რაოდენობებს:
$$(n_1, n_2, \ldots, n_m) = \{n_i\}$$
2. $\boldsymbol{n}_i$ მნიშვნელობებიდან ვიღებთ მაქსიმალურს და შესაბამისი არგუმენტის მიმართ ვახდენთ ლოგიკური ფუნქციის დაშლას შენონის ფორმულით. მაგალითად, $\boldsymbol{x_1}$ არგუმენტი გავუტოლოთ ჯერ 0-ს და შემდეგ 1-ს, მივიღებთ:
$$\boldsymbol{x_1 = 0;\ y_0 = y(0, x_2, \ldots, x_m) = y_0(x_2, x_3, \ldots, x_m);}$$
$$\boldsymbol{x_1 = 1;\ y_1 = y(1, x_2, \ldots, x_m) = y_1(x_2, x_3, \ldots, x_m).}$$

ამ ოპერაციას დავარქვათ ფუნქციის დაშლა $\boldsymbol{x_1}$ ცვლადით.

3. $\boldsymbol{y_0}$ და $\boldsymbol{y_1}$ გარდავქმნათ მესამე თავში მოყვანილი განტოლებების გამოყენებით.
4. ჩატარებული გარდაქმნების შედეგად $\boldsymbol{y_0}$ და $\boldsymbol{y_1}$ გადაიქცევიან ან 1) კონსტანტად; 2) ან ისეთ ფუნქციად, რომელშიც განსხვავებულ ინდექსიანი ცვლადები გვხვდება ერთხელ; 3) ან ისეთ ფუნქციად, რომელშიც რომელიმე არგუმენტი გვხვდება 2-ჯერ ან მეტად. ჩვენი მიზანია მივიღოთ არაგანმეორებადი ლოგიკური ფუნქცია, ამიტომ ვამოწმებთ რომელ შემთხვევას აქვს ადგილი.
5. თუ გვაქვს 3) შემთხვევა, მაშინ ვიმეორებთ ალგორითმს პირველი პუნქტიდან. ვთქვათ მიღებულ ლოგიკურ ფუნქციებში ორჯერ გვხვდება $\boldsymbol{x_2}$ ცვლადი, მოვახდინოთ ფუნქციის დაშლა $\boldsymbol{x_2}$ ცვლადით. თუ დაშლას ექვემდებარება $\boldsymbol{y_0}$, მივიღებთ:

$$y_{00} = y_0(0, x_3, x_4, \dots, x_m) = y_{00}(x_3, x_4, \dots, x_m);$$

$$y_{01} = y_0(1, x_3, x_4, \dots, x_m) = y_{01}(x_3, x_4, \dots, x_m).$$

თუ დაშლას ექვემდებარება y_1, მივიღებთ:

$$y_{10} = y_1(0, x_3, x_4, \dots, x_m) = y_{10}(x_3, x_4, \dots, x_m);$$

$$y_{11} = y_1(1, x_3, x_4, \dots, x_m) = y_{11}(x_3, x_4, \dots, x_m).$$

შესაძლებელია აღმოჩნდეს, რომ დაშლას ექვემდებარება y_0 და y_1 ერთდროულად.

ამ პროცესს ვაგრძელებთ მანამ, სანამ არ მივიღებთ არაგანმეორებად ლოგიკურ ფუნქციას.

კვეთის ალგორითმი განვიხილოთ მე-3 თავში აღწერილი ელექტრო-ენერგეტიკული სისტემის მუშაობისუნარიანობის (3.5) ლოგიკური ფუნქციის მაგალითზე:

$$y(x_1, \dots, x_8) = x_5 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ x_4 x_6 x_8 \end{array} \right. \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ x_3 x_5 x_8 \end{array} \right. \end{array} \right| x_7 \tag{5.13}$$

1. (5.13) განტოლებაში x_1 და x_2 არგუმენტები შედის თითოჯერ, დანარჩენები ორჯერ.
2. n_i მნიშვნელობებიდან მაქსიმალურია 2, მაგრამ ასეთი არგუმენტი გვაქვს ხუთი. ამიტომ პირველი კვეთისათვის შეგვიძლია ავიღოთ ნებისმიერი მათგანი, მაგალითად, x_8, მივიღებთ:

$$y(x_1, \dots, x_8) = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ x_4 x_6 x_8 \end{array} \right. \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ x_3 x_5 x_8 \end{array} \right. \end{array} \right| x_7 =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x'_8 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ 0 \quad x_4 x_6 \end{array} \right. \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ 0 \quad x_3 x_5 \end{array} \right. \end{array} \right. \\ x_8 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ 1 \quad x_4 x_6 \end{array} \right. \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ 1 \quad x_3 x_5 \end{array} \right. \end{array} \right| \end{array} \right. x_7 = \left| x'_8 y_0 \vee x_8 y_1 \right| x_7 \tag{5.14}$$

3. $\boldsymbol{y_0}$ და $\boldsymbol{y_1}$ გარდაქმნით მივიღებთ:

$$y_0=\left|\begin{array}{ll} x_1x_3 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ 0\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 0\ x_3x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{ll} x_1x_3 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ 0\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 0\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1x_3x_5\\ x_2x_4x_6\end{array}\right| \tag{5.15}$$

$$y_1=\left|\begin{array}{ll} x_1x_3 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ 1\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 1\ x_3x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{ll} x_1x_3 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right| \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ x_3x_5\end{array}\right|\end{array}\right. \tag{5.16}$$

4. ლოგიკურ განტოლებაში (5.15) ყველა არგუმენტი გვხვდება ერთხელ, შესაბამისად ფუნქცია $\boldsymbol{y_0}$ არაგანმეორებადია. განტოლებაში (5.16) არგუმენტები გვხვდება ორ-ორჯერ, ამიტომ $\boldsymbol{y_1}$ ფუნქციისთვის უნდა შევასრულოთ კვეთის ოპერაცია.

5. $\boldsymbol{y_1}$ ფუნქციისთვის შევასრულოთ კვეთა, მაგალითად, $\boldsymbol{x_3}$ ცვლადით, მივიღებთ:

$$y_1=x_3'\underbrace{\left|\begin{array}{ll} x_1\,0 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 0\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right|}_{y_{10}} \vee x_3\underbrace{\left|\begin{array}{ll} x_1\,1 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 1\,x_5\end{array}\right.\end{array}\right|}_{y_{11}} = x_3'y_{10}\vee x_3y_{11} \tag{5.17}$$

6. გარდავქმნათ $\boldsymbol{y_{10}}$ და $\boldsymbol{y_{11}}$:

$$y_{10}=\left|\begin{array}{ll} x_1\,0 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 0\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{ll} 0 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 0\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\ x_2x_4x_6\ \right| \tag{5.18}$$

$$y_{11}=\left|\begin{array}{ll} x_1\ 1 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ 1\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{ll} x_1 & \left|\begin{array}{l} x_5\\ x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4 & \left|\begin{array}{l} x_6\\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| \tag{5.19}$$

7. ფუნქცია $\boldsymbol{y_{10}}$ არაგანმეორებადია, ფუნქცია $\boldsymbol{y_{11}}$ კი საჭიროებს კვეთის ოპერაციას $\boldsymbol{x_4}, \boldsymbol{x_5}$ ან $\boldsymbol{x_6}$ არგუმენტის მიმართ.

8. მოვახდინოთ $\boldsymbol{y_{11}}$-ის კვეთა $\boldsymbol{x_4}$-ით, მივიღებთ:

$$y_{11}=\left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ \quad x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = x'_4\left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ 0\ \ x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2\ \ 0\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| \vee x_4\left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ 1\ \ x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2\ \ 1\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = x'_4y_{110}\vee x_4y_{111}\ \Bigg| \tag{5.20}$$

9. გარდავქმნათ $\boldsymbol{y_{110}}$ და $\boldsymbol{y_{111}}$:

$$y_{110}=\left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ 0\ \ x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2\ \ 0\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ 0\end{array}\right. \\ \\ 0\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|x_1x_5\right| \tag{5.21}$$

$$y_{111}=\left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ 1\ \ x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2\ \ 1\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2\left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_5\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1\left|\begin{array}{l} x_5 \\ x_6\end{array}\right. \\ \\ x_2\left|\begin{array}{l} x_5 \\ x_6\end{array}\right.\end{array}\right| = \left|\begin{array}{l|l} x_1 & x_5 \\ x_2 & x_6\end{array}\right| \tag{5.22}$$

ყველა მიღებული ლოგიკური ფუნქცია გახდა არაგანმეორებადი.

10. მიღებული ლოგიკური ფუნქციები ჩავსვათ (5.13) განტოლებაში და თანმიმდევრობით გავხსნათ არგუმენტების მნიშვნელობები:

$$y=\left|\begin{array}{l} x'_8y_0 \\ x_8y_1\end{array}\right| x_7 = \left|\begin{array}{l} x'_8y_0 \\ x_8\left|\begin{array}{l} x'_3y_{10} \\ x_3y_{11}\end{array}\right.\end{array}\right| x_7 = \left|\begin{array}{l} x'_8y_0 \\ x_8\left|\begin{array}{l} x'_3y_{10} \\ x_3\left|\begin{array}{l} x'_4y_{110} \\ x_4y_{111}\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right| x_7 = \tag{5.23}$$

$$=\left|\begin{array}{l} \qquad x'_8\left|\begin{array}{l} x_1x_3x_5 \\ x_2x_4x_6\end{array}\right. \\ \\ x_8\left|\begin{array}{l} x'_3\left|\, x_2x_4x_6\right. \\ \\ x_3\left|\begin{array}{l} x'_4\left|\ x_1x_5\right. \\ \\ x_4\left|\begin{array}{l|l} x_1 & x_5 \\ x_2 & x_6\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right|$$

მიღებული განტოლება ჩავწეროთ უფრო მოსახერხებელი ფორმით:

$$y = \left|\begin{array}{l} x'_8 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_5 \\ x_2 x_4 x_6 \end{array}\right. \\ x_8 x'_3 \left| x_2 x_4 x_6 \right. \\ x_8 x_3 x'_4 \left| x_1 x_5 \right. \\ x_8 x_3 x_4 \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array} \right| \begin{array}{l} x_5 \\ x_6 \end{array} \end{array}\right| x_7 = \left|\begin{array}{l} H_1 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_5 \\ x_2 x_4 x_6 \end{array}\right. \\ H_2 \; x_2 x_4 x_6 \\ H_3 \; x_1 x_5 \\ H_4 \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array} \right| \begin{array}{l} x_5 \\ x_6 \end{array} \end{array}\right| x_7 \qquad (5.24),$$

სადაც H_i – ორთოგონალური ჰიპოთეზებია:

$$H_1 = x'_8; \quad H_2 = x_8 x'_3; \quad H_3 = x_8 x_3 x'_4; \quad H_4 = x_8 x_3 x_4.$$

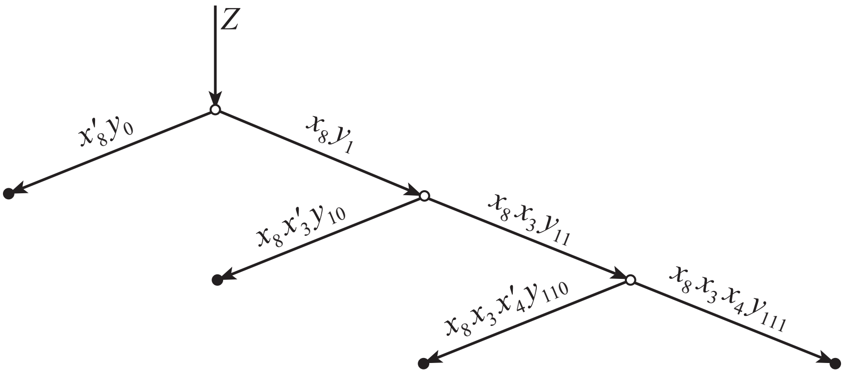
ჩანაცვლების ფორმაზე გადასვლა შეგვიძლია სრული ალბათობის ფორმულის გამოყენებით:

$$P\{y((x_1, \dots, x_m) = 1\} = R_C = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P(y|H_i) \qquad (5.25),$$

სადაც ხდომილებები $\boldsymbol{H_i}$ ქმნიან არათანხვედრი (ორთოგონალური) ჰიპოთეზების სრულ ჯგუფს, $\boldsymbol{P(y|H_i)}$ კი სისტემის მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობის პირობითი ალბათობებია ყოველი $\boldsymbol{H_i}$ ჰიპოთეზისთვის.

(5.13) მაგალითისათვის, (5.25) ფორმულა ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} P\{y=1\} &= [P(H_1)P(y|H_1) + P(H_2)P(y|H_2) + P(H_3)P(y|H_3) + P(H_4)P(y|H_4)]P(x_7) = \\ &= [P(x'_8)P(y_0) + P(x_8 x'_3)P(y_{10}) + P(x_8 x_3 x'_4)P(y_{110}) + P(x_8 x_3 x_4)P(y_{111})]P(x_7). \end{aligned} \qquad (5.26),$$



თუ დავუშვებთ, რომ სისტემის მტყუნებები დამოუკიდებელი ხდომილებებია, მაშინ (6.26) ფორმულაში ცალკეული ალბათობები მიიღებენ შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$\left.\begin{array}{l} P(x'_8) = Q_8;\ P(y_0) = 1-(1-R_1 R_3 R_5)(1-R_2 R_4 R_6); \\ P(x_8 x'_3) = R_8 Q_3;\ P(y_{10}) = R_2 R_4 R_6; \\ P(x_8 x_3 x'_4) = R_8 R_3 Q_4;\ P(y_{110}) = R_1 R_5; \\ P(x_8 x_3 x_4) = R_8 R_3 R_4;\ P(y_{111}) = (1-Q_1 Q_2)(1-Q_5 Q_6). \end{array}\right\} \qquad (5.27)$$

თუ ელემენტების უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობები ტოლია $R_1 = R_2 = \ldots = R_8 = R$, სისტემის საიმედოობის შეფასების პოლინომს ასეთი სახე ექნება:

$$\begin{aligned} P\{y=1\} = R_C = \Big\{(1-R)\big[1-\big(1-R^3\big)\big(1-R^3\big)\big] + R(1-R)R^3 + \\ + R^2(1-R)R^2 + R^3\big[1-(1-R)^2\big]^2\Big\}R = 2R^2 + 2R^6 - 5R^7 + 2R^8. \end{aligned} \tag{5.28}$$

მოცემული ამოცანის კვეთის ალგორითმით ამოხსნა გამარტივდებოდა, თუ პირველ კვეთას $\boldsymbol{x_8}$ ცვლადის ნაცვლად მოვახდენდით $\boldsymbol{x_5}$ ან $\boldsymbol{x_6}$ ცვლადით, რის შემდეგაც მივიღებდით შემდეგ გამოსახულებას:

$$y = \left| \begin{array}{l} x'_5 x_4 x_6 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_8 \\ x_2 \end{array} \right. \\ x_5 x'_3 x_2 \;\; x_4 \;\; x_6 \\ x_5 x_3 \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{r} x_6 \\ x_8 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right| x_7 = \left| \begin{array}{l} H_1 x_4 x_6 \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_8 \\ x_2 \end{array} \right. \\ H_2 x_2 x_4 x_6 \\ H_3 \left| \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{r} x_6 \\ x_8 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right| x_7 \tag{5.29}$$

დავალება 5

თეორიული საკითხები:

1. ლოგიკური ფუნქციის ჭეშმარიტების ალბათობით გამოსახეთ R_s – სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა, F_s – სისტემის მტყუნების ალბათობა, D_s – სისტემის საფრთხის ალბათობა, S_s – სისტემის უსაფრთხოების ალბათობა.
2. დაწერეთ კვეთის ალგორითმის თეორიული აღწერა.

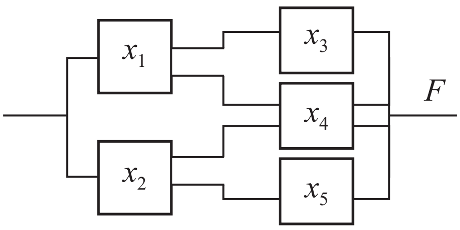
პრაქტიკული დავალება:

3. დახაზეთ ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის საიმედოობის სქემა და დაწერეთ შესაბამისი ლოგიკური ფუნქცია.
4. პროგრამა Logisim.exe-ში ააგეთ ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის ლოგიკური სქემა.
5. კვეთის ალგორითმის გამოყენებით შეადგინეთ მე-5 თავში განხილული ელექტრო-ენერგეტიკული სისტემის საიმედოობის შეფასების პოლინომი. პირველი კვეთა განახორციელეთ $\boldsymbol{x_5}$ ან $\boldsymbol{x_6}$ ცვლადით:

$$y(x_1, \ldots, x_8) = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ x_4 x_6 x_8 \end{array} \right. \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ x_3 x_5 x_8 \end{array} \right. \end{array} \right| x_7$$

6. კვეთის ალგორითმის გამოყენებით შეადგინეთ სისტემის საიმედოობის შეფასების პოლინომი, თუ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით და საიმედოობის სქემით:

$$y(x) = (x_1x_3) \vee (x_1x_4) \vee (x_2x_4) \vee (x_2x_5)$$



7. გამოთვალეთ მე-6 პუნქტში მოცემული სისტემის საიმედოობა $P\{y(x) = 1\}$, თუ $R_1 = 0.99$, $R_2 = 0.96$, $R_3 = 0.97$, $R_4 = 0.98$, $R_5 = 0.95$.
8. გამოთვალეთ მე-6 პუნქტში მოცემული სისტემის საიმედოობა $P\{y(x)=1\}$ ელემენტთა უმტყუნობის ერთნაირი ალბათობებისთვის, თუ $R_i = 0.98$, $i = [1,5]$.
9. პროგრამა Logisim.exe-ში დახაზეთ $Y(x) = x_1(x_3 \vee x_4) \vee x_2(x_4 \vee x_5)$ ფუნქციის ლოგიკური სქემა. შედეგი დაიმახსოვრეთ JPEG ფორმატში.
10. პროგრამა Logisim.exe-ში დახაზეთ $Y(x) = x_1x_2(x_3 \vee x_4)$ ფუნქციის ლოგიკური სქემა და შეადგინეთ მისი ჭეშმარიტების ცხრილი. ლოგიკური სქემა დაიმახსოვრეთ JPEG ფორმატში.

თავი 6.
ორთოგონალიზაციის ალგორითმი

6.1. ლოგიკური ფუნქციის გარდაქმნის ორთოგონალიზაციის ალგორითმი

ორთოგონალიზაციის ალგორითმი ლოგიკურ-ალბათური მეთოდის ერთ-ერთი მთავარი კომპონენტია, რომლის გამოყენებით შესაძლებელია ლოგიკური ფუნქციის გარდაქმნა ორთოგონალურ დიზუნქციურ ნორმალურ ფორმად (ოდნფ). ოდნფ კი, როგორც ცნობილია, წარმოადგენს ალბათურ გამოსახულებაზე გადასვლის სრულ ჩანაცვლების ფორმას, რაც საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ სისტემის საიმედოობისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასების პოლინომი *(თავი 6 ეფუძნება [4, 5, 6, 8]-ში განხილულ მასალას)*.

გავიხსენოთ, რომ ორ ელემენტარულ კონუნქციას ეწოდება ორთოგონალური, თუ მათი ლოგიკური ნამრავლი უდრის ნოლს. დიზუნქციურ ნორმალურ ფორმაში (დნფ) მოცემულ ლოგიკურ ფუნქციას ეწოდება ორთოგონალური, თუ მისი ყოველი წევრი წყვილ–წყვილად ორთოგონალურია. სრულყოფილი დნფ ისეთი ოდნფ–ია, რომელიც შეიცავს მაქსიმალური რაოდენობის წევრებს. ჩვენი მიზანია განვიხილოთ ისეთი ალგორითმი, რომელიც მოგვცემს საშუალებას მივიღოთ ოდნფ მინიმალური რაოდენობის წევრებით. ამისათვის ჩამოვაყალიბოთ ორი თეორემა.

თეორემა 1. $K_i = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_r^{\alpha_r}$ r რანგის ელემენტარული კონუნქციის უარყოფა შემდეგი დიზუნქციის ეკვივალენტურია:

$$K_i' = x_1^{\alpha_1'} \vee x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2'} \vee \ldots \vee x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_{r-1}^{\alpha_{r-1}} x_r^{\alpha_r'}, \tag{6.1}$$

რომლის წევრები წყვილწყვილად ორთოგონალურია.

კერძო შემთხვევაში, როდესაც ელემენტარული კონუნქცია არ შეიცავს უარყოფებს (6.1) გარდაიქმნება შემდეგნაირად:

$$(x_1 x_2 \ldots x_r)' = \left| \begin{array}{l} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ \vdots \\ x_r' \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} x_1' \\ x_1 x_2' \\ x_1 x_2 x_3' \\ \vdots \\ x_1 x_2 x_3 x_4 \cdots x_{r-1} x_r' \end{array} \right| \tag{6.2}$$

(6.1)-ის დამტკიცება არ არის რთული, თუ თანმიმდევრულად გამოვიყენებთ შენონის დაშლის თეორემას $x_1, x_2, \ldots, x_{r-1}$ ცვლადებისთვის r რანგის ელემენტარულ დიზუნქციისთვის:

$$D_i = x_1^{\alpha_1'} \vee x_2^{\alpha_2'} \vee \ldots \vee x_r^{\alpha_r'}, \tag{6.3}$$

რომელიც მიღებულია დე მორგანის თეორემით K_i ელემენტარული კონუნქციისგან.

მართლაც, (6.3) დავშალოთ x_1-ით, მივიღებთ:

$$x_1^{\alpha_1'} \vee x_2^{\alpha_2'} \vee \ldots \vee x_r^{\alpha_r'} = x_1^{\alpha_1'}\left(1 \vee x_2^{\alpha_2'} \vee \ldots \vee x_r^{\alpha_r'}\right) \vee x_1^{\alpha_1}\left(0 \vee x_2^{\alpha_2'} \vee \ldots \vee x_r^{\alpha_r'}\right) =$$

$$= x_1^{\alpha_1'} \vee x_1^{\alpha_1}\left(x_2^{\alpha_2'} \vee x_3^{\alpha_3'} \vee \ldots \vee x_r^{\alpha_r'}\right). \qquad (6.4)$$

შემდეგ (6.4) დავშალოთ $x_2, \ldots, x_{r-1}$ ცვლადებით, მივიღებთ (6.1) განტოლებას.

თეორემა 2. ბულის ლოგიკური ფუნქცია $f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, რომელიც წარმოდგენილია დნფ სახით:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \mathop{\vee}_{i=1}^{n} K_i \left(i \le 2^m\right), \qquad (6.5)$$

ეკვივალენტურია ფუნქციის

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_m) = K_1 \vee K_1' K_2 \vee K_1' K_2' K_3 \vee \ldots \vee K_1' K_2' \vee \ldots \vee K_{n-1}' K_n. \qquad (6.6)$$

მატრიცული სახით (6.5) და (6.6) ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ \vdots \\ K_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_1' K_2 \\ K_1' K_2' K_3 \\ \vdots \\ K_1' K_2' K_3' K_4' \vee \ldots \vee K_{n-1}' K_n \end{vmatrix} \qquad (6.7)$$

მოცემული გარდაქმნების სამართლიანობა ადვილად მტკიცდება დაშლის თეორემით. თუ K_i' $(i \le n)$ ყოველ გამოსახულების მაგივრად ჩავსვამთ მის მნიშვნელობას მიღებულს (6.1)-ის სახით, მივიღებთ $f(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ ბულის ფუნქციის ოდნფ-ს.

აღვწეროთ $y(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ ბულის ფუნქციის ოდნფ-ად გარდაქმნის ალგორითმი.

1. $y(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ ბულის ფუნქცია ჯერ უნდა გარდავქმნათ დნფ-ად.
2. დნფ-ის წევრები გადავნომროთ 1-დან n-მდე $(n < 2^m)$ ისე, რომ დაბალი რანგის წევრებს მივანიჭოთ დაბალი ნომრები.
3. (6.7) გარდაქმნით განვსაზღვროთ $y(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ ფუნქციის ოდნფ.

ოპერაციათა რაოდენობის შესამცირებლად კონუნქციაში K_1', K_2', ..., K_{i-1}', K_i' შევასრულოთ შემდეგი გამარტივებები:

ა) ნოლს გავუტოლოთ დნფ-ის ის წევრები K_j $(j \le i-1)$, რომლებიც K_i' წევრის ორთოგონალურია;

ბ) ნოლს გავუტოლოთ დნფ-ის ის წევრები K_j $(j \le i-1)$, რომლებიც K_i წევრის ორთოგონალურია.

მას შემდეგ, რაც სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობას გარდავქმნით ოდნფ–ად შეგვიძლია დავწეროთ სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობის (სისტემის საიმედოობის) ფორმულა:

$$P\{y(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 1\} = R_\text{C} = \sum_{i=1}^{S} P(\square_i), \qquad (6.8)$$

სადაც $y(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ ფუნქციის ორთოგონალური წევრები ჩაწერილია ოდნფ-ის სახით:

$$y(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \mathop{\vee}_{i=1}^{n} K_i = \mathop{\vee}_{i=1}^{S} \square_i. \qquad (6.9)$$

განვიხილოთ მაგალითი.

ორთოგონალიზაციის ალგორითმი გამოვიყენოთ მე-4 თავში აღწერილი ელექტროენერგეტიკული სისტემის მუშაობისუნარიანობის (3.5) ლოგიკური ფუნქციის მიმართ.

$$y = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ x_8 x_4 x_6 \end{array} \right. \\ \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ x_8 x_3 x_5 \end{array} \right. \end{array} \right| x_7 = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_5 \\ x_1 x_3 x_4 x_6 x_8 \\ x_2 x_4 x_6 \\ x_2 x_3 x_4 x_5 x_8 \end{array} \right| x_7 \tag{6.10}$$

გადავნომროთ (6.10) **დნფ**-ის წევრები შემდეგნაირად:

$$\left. \begin{array}{l} K_1 = x_1 x_3 x_5 ; \\ K_2 = x_2 x_4 x_6 ; \\ K_3 = x_1 x_3 x_4 x_6 x_8 ; \\ K_4 = x_2 x_3 x_4 x_5 x_8 . \end{array} \right\} \tag{6.11}$$

განტოლება (6.10) გარდავქმნათ ოდნფ-ად (6.11)-ის გათვალისწინებით:

$$y = x_7 \bigvee_{i=1}^{4} K_1 = \left| \begin{array}{l} K_1 \\ K'_1 K_2 \\ K'_1 K'_2 K_3 \\ K'_1 K'_2 K'_3 K_4 \end{array} \right| x_7 \tag{6.12}$$

ელემენტარული კონუნქციების უარყოფები K'_i გარდავქმნათ (6.2)-ის მიხედვით:

$$K'_1 = \left| \begin{array}{l} x'_1 \\ x'_3 \\ x'_5 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} x'_1 \\ x_1 x'_3 \\ x_1 x_3 x'_5 \end{array} \right| \tag{6.13}$$

$$K'_2 = \left| \begin{array}{l} x'_2 \\ x'_4 \\ x'_6 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} x'_2 \\ x_2 x'_4 \\ x_2 x_4 x'_6 \end{array} \right| \tag{6.14}$$

$$K'_3 = \left| \begin{array}{l} x'_1 \\ x'_3 \\ x'_4 \\ x'_6 \\ x'_8 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} x'_1 \\ x_1 x'_3 \\ x_1 x_3 x'_4 \\ x_1 x_3 x_4 x'_6 \\ x_1 x_3 x_4 x_6 x'_8 \end{array} \right| \tag{6.15}$$

განვსაზღვროთ შემდეგი კონუნქციები:

$$K'_1K_2 = \left|\begin{array}{l} x'_1 \\ x_1x'_3 \\ x_1x_3x'_5 \end{array}\right| \left|x_2x_4x_6\right| = \left|\begin{array}{l} x'_1x_2x_4x_6 \\ x_1x_2x'_3x_4x_6 \\ x_1x_2x_3x_4x'_5x_6 \end{array}\right| \tag{6.16}$$

$$K'_1K'_2K_3 = \left|\begin{array}{l} x'_1 \\ x_1x'_3 \\ x_1x_3x'_5 \end{array}\right| \left|\begin{array}{l} x'_2 \\ x_2x'_4 \\ x_2x_4x'_6 \end{array}\right| \left|x_1x_3x_4x_6x_8\right| = \left|x_1x'_2x_3x_4x'_5x_6x_8\right| \tag{6.17}$$

$$K'_1K'_2K'_3K_4 = \left|\begin{array}{l} x'_1 \\ x_1x'_3 \\ x_1x_3x'_5 \end{array}\right| \left|\begin{array}{l} x'_2 \\ x_2x'_4 \\ x_2x_4x'_6 \end{array}\right| \left|\begin{array}{l} x'_1 \\ x_1x'_3 \\ x_1x_3x'_4 \\ x_1x_3x_4x'_6 \\ x_1x_3x_4x_6x'_8 \end{array}\right| \wedge \tag{6.18}$$

$$\wedge \left|x_2x_3x_4x_5x_8\right| = \left|x'_1x_2x_3x_4x_5x'_6x_8\right|$$

გამოსახულებები (6.16)-(6.18) ჩავსვათ (6.12)-ში, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$y = x_7 \left|\begin{array}{l} x_1x_3x_5 \\ x'_1x_2x_4x_6 \\ x_1x_2x'_3x_4x_6 \\ x_1x_2x_3x_4x'_5x_6 \\ x_1x'_2x_3x_4x'_5x_6x_8 \\ x'_1x_2x_3x_4x_5x'_6x_8 \end{array}\right| = x_7 \left|\begin{array}{l} \bullet_1 \\ \bullet_2 \\ \bullet_3 \\ \bullet_4 \\ \bullet_5 \\ \bullet_6 \end{array}\right. \tag{6.19}$$

როგორც ვხედავთ მიღებულ (6.19) ოდნფ-ში ყველა წევრი წყვილ-წყვილად ორთოგონალურია. განტოლება (6.19) გარეგნული სახით მნიშვნელოვნად განსხვავდება (5.24) განტოლებისაგან, რომელიც მიღებულია კვეთის ალგორითმით (იხ. თავი 5), მაგრამ (6.19)-სგან მიიღება საიმედოობის შეფასების იგივე რაოდენობრივი შედეგი.

მართლაც, (6.8) ფორმულის გამოყენებით გვექნება:

$$\begin{aligned} P\{y=1\} = [&R_1R_3R_5 + Q_1R_2R_4R_6 + R_1R_2Q_3R_4R_6 + R_1R_2R_3R_4Q_5R_6 + \\ &+ R_1Q_2R_3R_4Q_5R_6R_8 + Q_1R_2R_3R_4R_5Q_6R_8]\,R_7 \end{aligned} \tag{6.20}$$

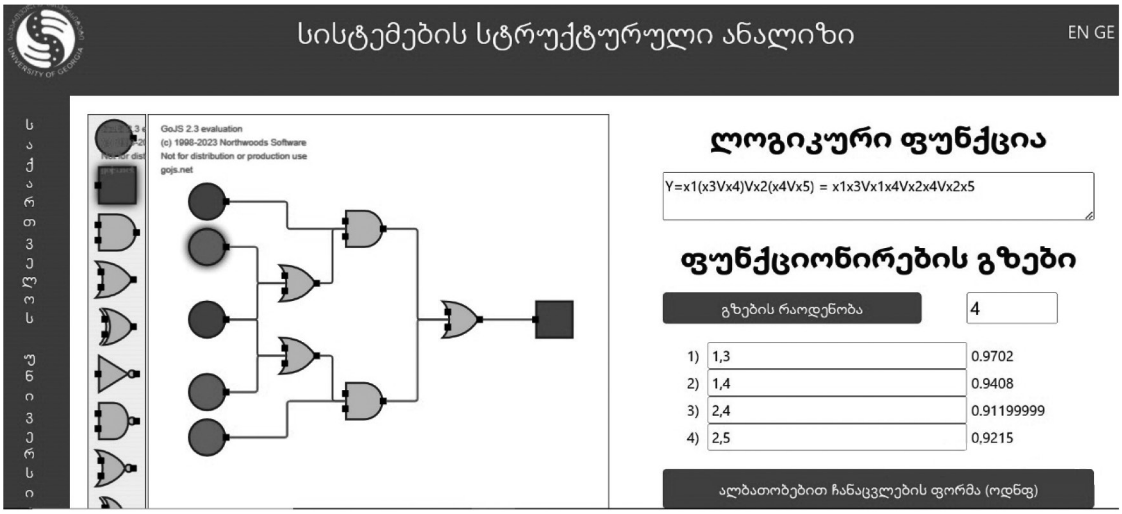
სისტემის ელემენტების ერთნაირი საიმედოობის შემთხვევაში მივიღებთ:

$$\begin{aligned} P\{y=1\} = R_C = R[R^3 + (1-R)R^3 + R^2(1-R)R^2 + \\ + R^4(1-R)R + R(1-R)R^2(1-R)R^2 + (1-R)R^4(1-R)R] = \\ = 2R^4 + 2R^6 - 5R^7 + 2R^8, \end{aligned} \tag{6.21}$$

რაც ემთხვევა კვეთის ალგორითმის გამოყენებით მიღებულ შედეგს (5.28)-ს.

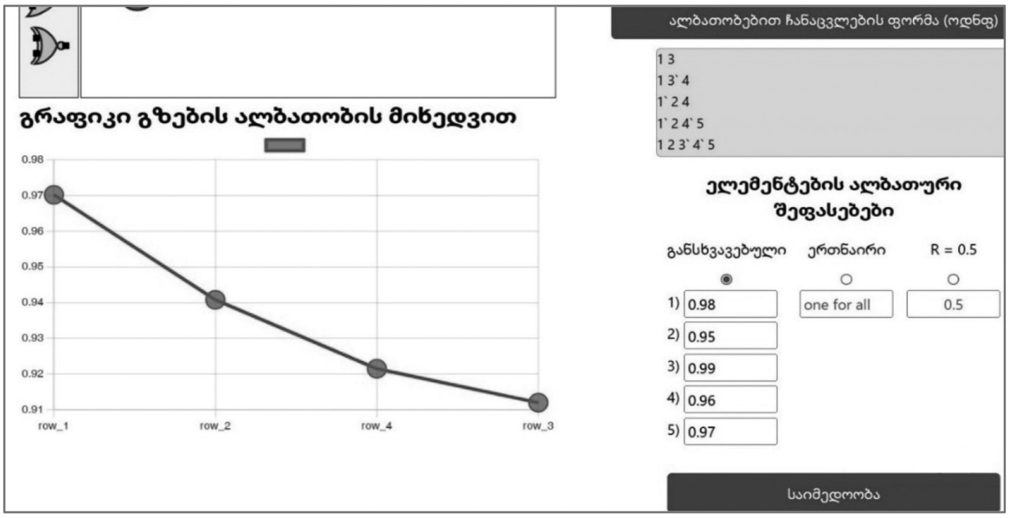
ორთოგონალიზაციის ალგორითმი საკმაოდ შრომატევადია ხელით გამოთვლის შემთხვევაში, მაგრამ ის ადვილად დასაპროგრამებელი და გამოსაყენებელია კომპიუტერული გამოთვლებისთვის.

სურ. 6.1-ზე მოცემულია www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით მიღებული $Y(x)=(x_1x_3) \vee (x_1x_4) \vee (x_2x_4) \vee (x_2x_5)$ ლოგიკური ფუნქციით აღწერილი სისტემის ლოგიკური სქემა, ფუნქციონირების უმოკლესი გზები და მათი ალბათური შეფასებები.



სურ. 6.1. სისტემის ლოგიკური სქემა და ფუნქციონირების გზები

სურ. 6.2-ზე მოცემულია სისტემის ფუნქციონირების გზების ალბათური შეფასებების გრაფიკი, ორთოგონალიზაციის ალგორითმით მიღებული ოდნფ ფუნქციის ელემენტების ინდექსებით და ელემენტების ალბათური შეფასებები.



სურ. 6.2. ოდნფ ლოგიკური ცვლადების ინდექსებით, გზების ალბათური შეფასებების გრაფიკი და ელემენტების ალბათური მნიშვნელობები

სურ. 6.3-ზე წარმოდგენილია www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციით გამოთვლილი მოცემული სისტემის საიმედოობის რაოდენობრივი შეფასება ელემენტების სურ. 6.2-ზე მოცემული ალბათური მნიშვნელობებისთვის.

სურ. 6.3. მოცემული სისტემის საიმედოობის ალბათური შეფასება

ვებ აპლიკაციით ასევე შესაძლებელია გამოვთვალოთ სისტემის საიმედოობა ელემენტების ერთნაირი ალბათობებისთვის, მაგალითად, $R_x = 0{,}99$-სთვის და სისტემის სტრუქტურული სრულყოფილების კოეფიციენტი (სისტემის მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობების წილი ყველა შესაძლო მდგომარეობებში), როდესაც $R_x = 0{,}5$.

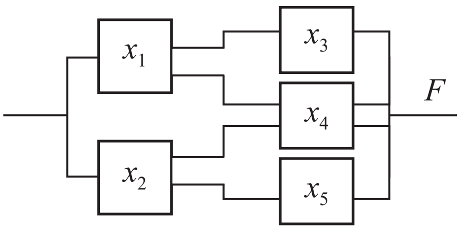
დავალება 6

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ r რანგის ელემენტარული კონუნქციის უარყოფა მისი ეკვივალენტური ორთოგონალური დიზუნქციის სახით *(თეორემა 1)*.
2. დაწერეთ დნფ-ის სახით მოცემული ლოგიკური ფუნქციის ეკვივალენტური ფუნქცია ორთოგონალური კონუნქციების დიზუნქციის სახით *(თეორემა 2)*.
3. თეორიულად აღწერეთ ორთოგონალიზაციის ალგორითმი.

პრაქტიკული მაგალითები:

4. ორთოგონალიზციის ალგორითმის გამოყენებით ხელით შეადგინეთ მოცემული სისტემის საიმედოობის შეფასების პოლინომი ელემენტთა უმტყუნობის ერთნაირი ალბათობებისთვის, თუ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა აღწერილია შემდეგი ფუნქციით $Y(x_1, \dots, x_5) = (x_1x_3) \vee (x_1x_4) \vee (x_2x_4) \vee (x_2x_5)$ და ლოგიკური სქემით:



5. გამოთვალეთ მე-4 დავალებაში მოცემული სისტემის უმტყუნობის ალბათობა $P\{Y(x)=1\}$, თუ $R_i = 0.99$, $i = [1,5]$.
6. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის ლოგიკური ფუნქციების ველში ჩაწერეთ ელექ-ტრო-ენერგეტიკული სისტემის მოცემული ლოგიკური ფუნქცია დნფ-ის სახით, ცვლადების ინდექსები შეიტანით სისტემის ფუნქციონირების გზების ველში და გამოთვალეთ სისტემის უმტყუნობის ალბათობა ელემენტების სხვადასხვა ალბათობებისთვის, რომელთა მნიშვნელობები მერყეობს $Rx_i \in [0.91, 0.99]$, $i=[1,8]$ დიაპაზონში:

$$y(x_1, \ldots, x_8) = \left|\begin{array}{l} x_1 x_3 \left|\begin{array}{l} x_5 \\ x_4 x_6 x_8 \end{array}\right. \\ \\ x_2 x_4 \left|\begin{array}{l} x_6 \\ x_3 x_5 x_8 \end{array}\right. \end{array}\right| x_7$$

7. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით გამოთვალეთ ელექტროენერგეტი-კული სისტემის უმტყუნობის ალბათობა ელემენტების ერთნაირი ალბათობებისთვის $R_i=0.98$, $i\in[1,8]$ და სტრუქტურის სრულყოფილების კოეფიციენტი $R_i=0.5$-ს, $i\in[1,8]$.
8. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციით გამოთვალეთ ხიდისებრი სტრუქტურის მქონე სისტემის უმტყუნობის ალბათობა ელემენტთა სხვადასხვა ალბათობებისთვის, რომელთა მნიშვნელობები მერყეობს $Rx_i\in[0.81, 0.99]$ დიაპაზონში.
9. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციით გამოთვალეთ $Y(\mathrm{x}) = x_1 x_3(x_4 \vee x_6) \vee x_2(x_4 \vee x_5 x_7) \vee$ $\vee\, x_5(x_7 \vee x_8 x_9)$ ლოგიკური ფუნქციით აღწერილი სისტემის უმტყუნობის ალბათობა ელემენტთა სხვადასხვა ალბათობებისთვის, რომელთა მნიშვნელობები მერყეობს $Rx_i\in[0.71, 0.99]$ დიაპაზონში.
10. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციით გამოთვალეთ $Y(\mathrm{x}) = x_1 x_3(x_4 \vee x_6) \vee x_2(x_4 \vee x_5 x_7) \vee$ $\vee\, x_5(x_7 \vee x_8 x_9)$ ლოგიკური ფუნქციით აღწერილი სისტემის სრულყოფილების კოეფი-ციენტი (R=0.5).

თავი 7.
რეკურენტული ალგორითმი

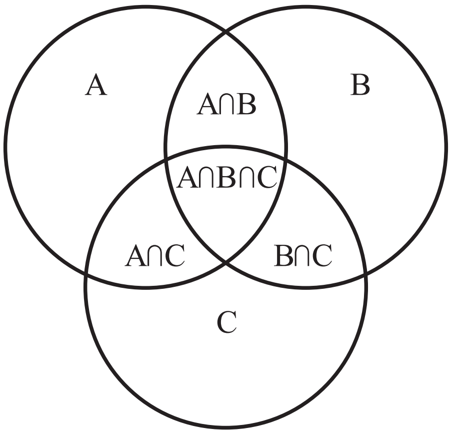
7.1. რეკურენტული ალგორითმი – ცხრილური მეთოდი

რეკურენტული ალგორითმი ეფუძნება თავსებადი ხდომილებების ალბათობების შეკრების თეორემას *(თავი 7-ში გამოყენებულია [5]-ში განხილული მასალა):*

$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$.

$P(A \vee B \vee C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \wedge B) - P(A \wedge C) - P(B \wedge C) + P(A \wedge B \wedge C)$.

$P(A \vee B \vee C)$ გრაფიკულად გამოისახება ვენის დიაგრამის სახით (სურ. 7.1):



სურ. 7.1. ვენის დიაგრამა

ჩვენს შემთხვევაში შესაკრებებს წარმოადგენენ სისტემის მუშაობისუნარიანობის (ან მტყუნების) პირობის ელემენტარული კონუნქციები, რომლებიც მოცემულია წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზებით:

$$y(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \mathop{\vee}_{i=1}^{d} \Pi_i \, . \qquad (7.1)$$

ან მტყუნებათა მინიმალური კვეთებით:

$$y'(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \mathop{\vee}_{i=1}^{n} S_i \, . \qquad (7.2)$$

თავსებადი ხდომილებების ალბათობების შეკრების თეორემისა და (7.1)–(7.2) გამოსახულებების საფუძველზე სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$\begin{aligned} P\{y(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 1\} &= R_C = P\Big\{\mathop{\vee}_{i=1}^{d} \Pi_i\Big\} = \\ = \sum_i P(\Pi_i) - \sum_i \sum_j (\Pi_i \wedge \Pi_i) &+ \sum_i \sum_j \sum_k P(\Pi_i \wedge \Pi_j \wedge \Pi_k) - \ldots + \qquad (7.3) \\ &+ (-1)^{d-1} P(\Pi_1 \wedge \Pi_2 \wedge \ldots \wedge \Pi_d); \end{aligned}$$

მიუხედავად იმისა, რომ ფორმულები ტოვებენ რთულის შთაბეჭდილებას, მათი საშუალებით ძალიან მარტივად გამოითვლება ალბათობები, როდესაც დნფ-ის ელემენტების რაოდენობა $n<10$. ამისათვის საჭიროა შევადგინოთ ცხრილი, რის გამოც რეკურენტულ ალგორითმს **ცხრილურ მეთოდსაც** უწოდებენ.

ცხრილური მეთოდის გამოყენების მიზნით უნდა ავაგოთ ცხრილი, რომლის სტრიქონების რაოდენობა იქნება m (სისტემაში ელემენტების რაოდენობა), ხოლო სვეტების რაოდენობა C, სადაც

$$C = C_d^{\,1} + C_d^{\,2} + \ldots + C_d^{\,k} + \ldots + C_d^{\,d}, \tag{7.5}$$

$C_d^{\,k} = d!/[k!(d-k)!]$ – ჯუფთებათა რაოდენობაა $\boldsymbol{d}$-დან $\boldsymbol{k}$-ად, $\boldsymbol{C=2^n-1}$.

ცხრილური მეთოდის გამოყენება მოსახერხებელია ორი მიზეზით:

1) ავტომატურად ხორციელდება ლოგიკური ელემენტების გადამრავლება თავის თავზე, შემდეგი წესის გამოყენებით

$$x_i \wedge x_i \wedge \ldots \wedge x_i \equiv x_i\,; \tag{7.6}$$

2) ავტომატურად ამოიშლებიან ერთნაირი კონუნქციები, რომელთა ალბათობებსაც გააჩნიათ სხვადასხვა ნიშნები.

მაგალითისათვის განვიხილოთ ელექტროენერგეტიკული სისტემა, რომლის მუშაობისუნარიანობის პირობა მოცემულია შემდეგი ლოგიკური ფუნქციის სახით:

$$y(x_1, \ldots, x_8) = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 \left| \begin{array}{l} x_5 \\ x_4 x_6 x_8 \end{array} \right. \\ \\ x_2 x_4 \left| \begin{array}{l} x_6 \\ x_3 x_5 x_8 \end{array} \right. \end{array} \right| x_7 \tag{7.7}$$

წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების გადამრავლებისას ვისარგებლოთ თვისებით:

$$\Pi_1\Pi_2 = (x_1 x_3 x_5 x_7)\ \&\ (x_1 x_3 x_4 x_6 x_7 x_8) = x_1 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8\,.$$

(7.3)-(7.4)-ის გათვალისწინებით შევადგინოთ საიმედოობის გაანგარიშების ცხრილი:

R_{x_i}	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	$\Pi_1\Pi_2$	$\Pi_1\Pi_3$	$\Pi_1\Pi_4$	$\Pi_2\Pi_3$	$\Pi_2\Pi_4$	$\Pi_3\Pi_4$	$\Pi_1\Pi_2\Pi_3$	$\Pi_1\Pi_2\Pi_4$	$\Pi_1\Pi_3\Pi_4$	$\Pi_2\Pi_3\Pi_4$	$\Pi_1\Pi_2\Pi_3\Pi_4$
	«+»				«–»						«+»				«–»
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R_{x_1}	×	×	–	–	×	×	×	×	×	–	×	×	×	×	×
R_{x_2}	–	–	×	×	–	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
R_{x_3}	×	×	–	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
R_{x_4}	–	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
R_{x_5}	×	–	–	×	×	×	×	–	×	×	×	×	×	×	×
R_{x_6}	–	×	×	–	×	×	–	×	×	×	×	×	×	×	×
R_{x_7}	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
R_{x_8}	–	×	–	×	×	–	×	×	×	×	×	×	×	×	×
R_c	$0{,}9^4$	$0{,}9^6$	$0{,}9^4$	$0{,}9^6$	$0{,}9^7$	$0{,}9^7$	$0{,}9^7$	$0{,}9^7$		$0{,}9^7$		$0{,}9^8$	$0{,}9^8$		

ცხრილი შევავსოთ ჯვრებით და დეფისებით, სხვადასხვა ნიშნიანი ერთნაირი ალბათობები ამოვშალოთ, სვეტებში ჯვრების შესაბამისი მონაცემები (მაგალითად, R=0.9) გადავამრავლოთ და ბოლო სტრიქონში მიღებული შედეგები შევკრიბოთ. საბოლოოდ მივიღებთ პოლინომს

$$R_{\mathrm{C}} = 2R^4 + 2R^6 - 5R^7 + 2R^8, \tag{7.8}$$

რომელიც (5.28)-ისა და (6.21)-ის ანალოგიურია.

იგივე ამოცანა (7.7) ლოგიკური ფუნქციისთვის ამოვხსნათ ხელით რეკურენტული ალგორითმის გამოყენებით, მივიღებთ:

$$\Pi_1 = x_1 x_3 x_5 x_7; \qquad \Pi_2 = x_1 x_3 x_8 x_4 x_6 x_7;$$

$$\Pi_3 = x_2 x_4 x_6 x_7; \qquad \Pi_4 = x_2 x_4 x_8 x_3 x_5 x_7;$$

$$P\{\Pi_1\} = P\{x_1 x_3 x_5 x_7 = 1\} = R_1 R_3 R_5 R_7;$$

$$P\{\Pi_1 \vee \Pi_2\} = R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8;$$

$$\begin{gathered} P\{\Pi_1 \vee \Pi_2 \vee \Pi_3\} = \\ = [R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8] + R_2 R_4 R_6 R_7 - \\ - \left\{[R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8] R_2 R_4 R_6 R_7\right\} = \\ = R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + R_2 R_4 R_6 R_7 - \\ - \{R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 + R_1 R_2 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8\}, \end{gathered}$$

$$\begin{gathered} P\{\Pi_1 \vee \Pi_2 \vee \Pi_3 \vee \Pi_4\} = [R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - \\ - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + R_2 R_4 R_6 R_7 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 - \\ - R_1 R_2 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8] + \\ + R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8 - \left\{[R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - \right. \\ - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + R_2 R_4 R_6 R_7 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 - \\ \left. - R_1 R_2 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8] \times R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8\right\} = \\ = R_1 R_3 R_5 R_7 + R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + \\ + R_2 R_4 R_6 R_7 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 + \\ + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8 - \{R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8 + \\ + \cancel{R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8} - \cancel{R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8} - \\ - R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 - \cancel{R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8} + \\ + \cancel{R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8}\} = (R_1 R_3 R_5 R_7 + R_2 R_4 R_6 R_7) + \\ + (R_1 R_3 R_4 R_6 R_7 R_8 + R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8) - (R_1 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + \\ + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8 + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_7 R_8 + \\ + R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8) + 2R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 R_7 R_8. \end{gathered}$$

ელემენტების ერთნაირი ალბათობების შემთხვევაში შედეგი აქაც იგივეა:

$$R_C = 2R^4 + 2R^6 - 5R^7 + 2R^8, \tag{7.9}$$

მრავალპარამეტრიანი პოლინომის მნიშვნელობა გამოიხატება არა მარტო იმით, რომ ჩვენ შეგვიძლია გამოვთვალოთ სისტემის საიმედოობა ელემენტების განსხვავებული ალბათობებით, არამედ იმითაც, რომ ამ შემთხვევაში კარგად ჩანს თითოეული ელემენტის წვლილი სისტემის საიმედოობაში.

ჩვენ მიერ განხილული ცხრილური მეთოდის, ორთოგონალიზაციისა და კვეთის ალგორითმების დროითი დანახარჯების შედარებითი ანალიზის მიზნით ხელით იქნა გამოთვლილი შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით მოცემული 16-ელემენტიანი სისტემის უმტყუნობის ალბათობა:

$$y(x_1, \ldots, x_{16}) = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_5 x_7 \\ x_2 x_4 x_6 x_8 \\ x_7 x_9 x_{11} x_{13} x_{15} \\ x_8 x_{10} x_{12} x_{14} x_{15} \\ x_1 x_3 x_4 x_6 x_8 x_{16} \\ x_2 x_3 x_4 x_5 x_7 x_{16} \end{array} \right. \tag{7.7}$$

კვეთის ალგორითმის გამოყენებით დროის დანახარჯმა შეადგინა 40 სთ, ორთოგონალიზაციის ალგოროთმის გამოყენებით – 25 სთ, ცხრილური მეთოდის გამოყენებით – 5 სთ. აქედან გამომდინარე, მიზანშეწონილია ამ ალგორითმების საფუძველზე შეიქმნას კომპიუტერული პროგრამული უზრუნველყოფა, რომლის საშუალებითაც განხორციელდება მრავალელემენტიანი რთული სისტემების საიმედოობისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასება და მათი სტრუქტურული ანალიზი [4].

დავალება 7

თეორიული საკითხები:

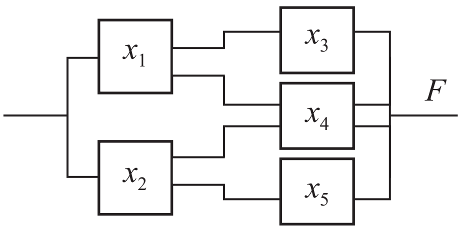
1. დაწერეთ თავსებადი ხდომილებების ალბათობების შეკრების ფორმულა 2 ლოგიკური ცვლადისთვის.
2. დაწერეთ თავსებადი ხდომილებების ალბათობების შეკრების ფორმულა 3 ლოგიკური ცვლადისთვის.
3. დახაზეთ ვენის დიაგრამა 3 სიმრავლისთვის.
4. თეორიულად აღწერეთ რეკურენტული ალგორითმი (ცხრილური მეთოდი).

პრაქტიკული დავალება:

5. რეკურენტული ალგორითმის გამოყენებით შეადგინეთ ელექტროენერგეტიკული სისტემის ცხრილი და მიიღეთ საიმედოობის შეფასების პოლინომი:

$$y(x_1,\ \ldots,\ x_8)\ =\left|\begin{array}{l} x_1x_3\left|\begin{array}{l}x_5\\ x_4x_6x_8\end{array}\right. \\ \\ x_2x_4\left|\begin{array}{l}x_6\\ x_3x_5x_8\end{array}\right. \end{array}\right| x_7$$

6. რეკურენტული ალგორითმის გამოყენებით შეადგინეთ სისტემის საიმედოობის შეფასების ცხრილი და მიიღეთ საიმედოობის შეფასების პოლინომი ელემენტთა უმტყუნობის ერთნაირი ალბათობებისთვის, თუ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა აღიწერება $y(x)=(x_1x_3)\vee(x_1x_4)\vee(x_2x_4)\vee(x_2x_5)$ ლოგიკური ფუნქციით და სქემით:



7. გამოთვალეთ მოცემული სისტემის საიმედოობა $P\{y(x)=1\}$, თუ $R_i=0.96$, $i=[1,5]$.
8. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციით გამოთვალეთ ქვემოთ მოცემული 16-ელემენტ-იანი სისტემის საიმედოობა $R_i=0.98$-სთვის, $i\in[1,16]$ და სისტემის სტრუქტურული სრულყოფილების კოეფიციენტი ($R_i=0.5$).

$$y(x_1,\ \ldots,\ x_{16})\ =\left|\begin{array}{l} x_1x_3x_5x_7\\ x_2x_4x_6x_8\\ x_7x_9x_{11}x_{13}x_{15}\\ x_8x_{10}x_{12}x_{14}x_{15}\\ x_1x_3x_4x_6x_8x_{16}\\ x_2x_3x_4x_5x_7x_{16}\end{array}\right.$$

თავი 8.
სისტემის ელემენტების სტრუქტურული ანალიზი

8.1. სისტემის ელემენტების „წონა“

სისტემის მუშაობისუნარიანობის ლოგიკურ-ალბათური მოდელი და შესაბამისი საიმედოობის ფუნქცია საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ თითოეული ელემენტის წვლილი და როლი სისტემის საიმედოობის უზრუნველყოფაში. ცალკეული ელემენტის მნიშვნელობის განსაზღვრა აუცილებელია ისეთი ამოცანების გადასაჭრელად, როგორებიცაა მტყუნების აღმოჩენა, ოპტიმალური რეზერვირების სტრატეგიის შემუშავება, საიმედოობის მახასიათებლებზე მოთხოვნის განსაზღვრა და სხვ. *(თავი 8 ეფუძნება [5,7]-ში განხილულ მასალას).*

განსაზღვრება 1. m ელემენტიანი სისტემის მუშაობისუნარიანობის ლოგიკური ფუნქციის **„წონა“** განისაზღვრება სისტემის მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობების რაოდენობის წილით ყველა შესაძლო მდგომარეობების რაოდენობის 2^m მიმართ.

განსაზღვრება 2. $y=(x_1, \ldots, x_m)$ ლოგიკური ფუნქციის $\Delta_{x_i}\, y(x_1, \ldots, x_m)$ ბულის სხვაობის **„წონა“** x_i არგუმენტით განისაზღვრება ისეთი ვარიანტების რაოდენობით, რომელთათვისაც იღებს 1-ის ტოლ მნიშვნელობას.

ბულის სხვაობის „წონა“ ახასიათებს x_i ელემენტის როლს სისტემის სტრუქტურულ საიმედოობაში. ელემენტის როლის ობიექტურად შეფასებისთვის მიზანშეწონილია შეფასება მოვახდინოთ ფარდობით ერთეულებში, როდესაც შედეგი მიიღება 0-დან 1-მდე შუალედში.

m ელემენტიანი სისტემის x_i ელემენტის „წონა“ განისაზღვრება როგორც:

$$g_{x_i} = \frac{G\{\Delta_{x_i}\, y(x_1, \ldots, x_m)\}}{2^m}\,. \qquad (8.1)$$

თუ სისტემის მუშაობისუნარიანობის ფუნქცია მოცემულია ოდნფ-ის სახით, მაშინ ლოგიკური ფუნქციის „წონა“ შეგვიძლია განვსაზღვროთ, როგორც

$$g_{y(x_1, \ldots, x_m)} = \frac{\sum_{f=1}^{k} 2^{m-r_f}}{2^m} = \sum_{f=1}^{k} 2^{-r_f}\ , \qquad (8.2)$$

სადაც k – ოდნფ ფორმით ჩაწერილ ლოგიკურ ფუნქციაში ორთოგონალური კონუნქციების რაოდენობაა; $m - x_i$ ლოგიკური ცვლადების რაოდენობაა – $x_i \in [1,m]$; r_f – ელემენტარული ორთოგონალური კონუნქციების რანგებია.

მე-3 თავში განხილული მონოტონური ლოგიკური ფუნქციისთვის მე-3 თეორემიდან და მე-4 შედეგიდან გამომდინარე მივიღებთ

$$\Delta_{x_i}\, y(x_1, \ldots, x_m) = y_1^{(i)}(x_1, \ldots, x_m) y_0'^{(i)}(x_1, \ldots, x_m). \qquad (8.3)$$

ბულის სხვაობა (8.3) შესაძლებელია წარმოვადგინოთ სიმრავლეთა სხვაობით:

$$\Delta_{x_i}\, y(x_1, \ldots, x_m) = \ y_1^{(i)}(x_{m-1}) \setminus y_0^{(i)}(x_{m-1}), \qquad (8.4)$$

სადაც ლოგიკური ფუნქციები $y_1^{(i)}$ და $y_0^{(i)}$ ჩაწერილია ოდნფ-ის სახით.

მივიღებთ

$$G\left\{\Delta_{x_i} y(X_m)\right\} = G\left\{ y_1^{(i)}(x_{m-1})\right\} - G\left\{y_0^{(i)}(x_{m-1})\right\} = \sum_{f=1}^{k} 2^{m-(r_f-1)} - \sum_{j=1}^{l} 2^{m-(r_j-1)}, \qquad (8.5)$$

სადაც k – x_i ელემენტის შემცველი ორთოგონალური კონუნქციების რაოდენობაა;

r_f – ამ კონუნქციების რანგებია;

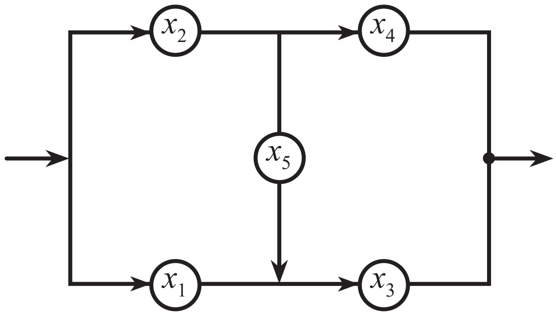
l – x_i' ელემენტის (x_i-ის უარყოფის) შემცველი ორთოგონალური კონუნქციების რაოდენობაა;

r_j – შესაბამისი რანგებია.

თუ (8.5) გამოსახულებას გავყოფთ 2^m-ზე, მივიღებთ x_i ელემენტის „წონის“ გამოსათვლელ ფორმულას:

$$g_{x_i} = \sum_{f=1}^{k} 2^{-(r_f-1)} - \sum_{j=1}^{l} 2^{-(r_j-1)}, \qquad (8.6)$$

მაგალითი 1. განვსაზღვროთ ხიდისებური სტრუქტურის სისტემის x_1 და x_5 ელემენტების „წონები“.

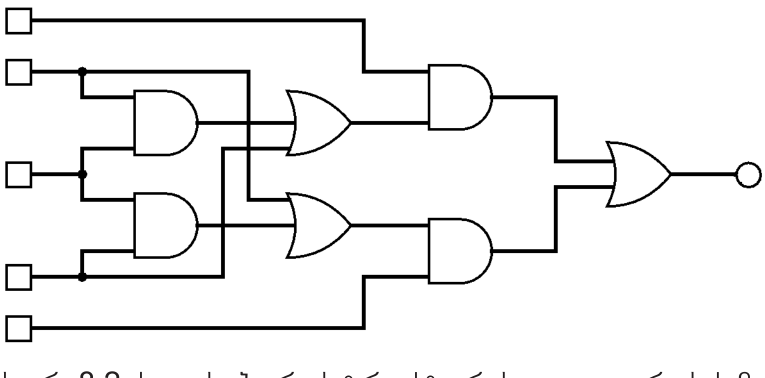


სურ. 8.1. ხიდისებური სტრუქტურის საიმედოობის სქემა

ხიდისებური სტრუქტურის სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით:

$$y(x_1, \ldots, x_5) = \left| \begin{array}{l} x_1 \left| \begin{array}{l} x_3 \\ x_5 x_4 \end{array} \right. \\ \\ x_2 \left| \begin{array}{l} x_4 \\ x_5 x_3 \end{array} \right. \end{array} \right| \qquad (8.7)$$

ხიდისებური სტრუქტურის ლოგიკურ სქემას ექნება შემდეგი სახე:



სურ. 8.2. ხიდისებური სტრუქტურის ლოგიკური სქემა

(8.7) ლოგიკური ფუნქციის მიმართ ორთოგონალიზაციის ალგორითმის გამოყენებით მივიღებთ ოდნფ-ს:

$$y(x_1, \ldots, x_5) = \begin{vmatrix} x_1 x_3 \\ x_2 x_3' x_4 \\ x_1' x_2 x_3 x_4 \\ x_1' x_2 x_3 x_4' x_5 \\ x_1 x_2' x_3' x_4 x_5 \end{vmatrix}$$

(8.5) ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ x_1 ელემენტის „წონის“ გამოსათვლელ ფორმულას:

$$G\left\{\Delta_{x_1} y(X_5)\right\} = G\left\{\begin{vmatrix} x_1 x_3 \\ x_1 x_2' x_3' x_4 x_5 \end{vmatrix}\right\} - G\left\{\begin{vmatrix} x_1' x_2 x_3 x_4 \\ x_1' x_2 x_3 x_4' x_5 \end{vmatrix}\right\} =$$

$$= \left[2^{5-(2-1)} + 2^{5-(5-1)}\right] - \left[2^{5-(4-1)} + 2^{5-(5-1)}\right] =$$

$$= \left[2^4 + 2^1\right] - \left[2^2 + 2^1\right] = 18 - 6 = 12.$$

(8.5) ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ x_1 ელემენტის წონის მნიშვნელობას:

$$g_{x_i} = \frac{12}{2^5} = 0{,}375.$$

(8.6) ფორმულის გამოყენებითაც მივიღებთ x_1 ელემენტის წონის იგივე მნიშვნელობას:

$$g_{x_i} = \left[2^{-(2-1)} + 2^{-(5-1)}\right] - \left[2^{-(4-1)} + 2^{-(5-1)}\right] = \left[2^{-1} + 2^{-4}\right] - \left[2^{-3} + 2^{-4}\right] =$$

$$= \left[0{,}5 + 0{,}0625\right] - \left[0{,}125 + 0{,}0625\right] = 0{,}5625 - 0{,}1875 = 0{,}375.$$

x_5 არგუმენტისთვის გვექნება:

$$G\left\{\Delta_{x_5} y(X_5)\right\} = G\left\{\begin{vmatrix} x_1' x_2 x_3 x_4 \\ x_1' x_2 x_3 x_4' x_5 \end{vmatrix}\right\} - G\{\varnothing\} =$$

$$= 2^{5-(5-1)} + 2^{5-(5-1)} - 0 = 2 \cdot 2^1 = 4;$$

$$g_{x_5} = 4/32 = 0{,}125.$$

ამგვარად, ელემენტების მუშაობისუნარიანობის ალბათობების გამოყენების გარეშე ჩვენ შევძელით x_1 და x_5 ელემენტების სტრუქტურული ანალიზი მათი „წონების“ შეფასების გზით:

$$g_{x_1} = 3 g_{x_5}.$$

(8.6) ფორმულა სამართლიანია სრულყოფილი დიზუნქციური ნორმალური ფორმისთვისაც. განხილული მაგალითისთვის სრულყოფილი დიზუნქციური ნორმალური ფორმა (სდნფ) ჩავწეროთ ცხრილის სახით:

N	x_i				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	1	0	1	0	0
2	1	1	1	0	0
3	1	0	1	1	0
4	1	0	1	0	1
5	1	1	1	1	0
6	1	0	1	1	1
7	1	1	1	0	1
8	1	1	1	1	1
9	0	1	0	1	0
10	1	1	0	1	0
11	0	1	1	1	0
12	0	1	0	1	1
13	0	1	1	1	1
14	1	0	0	1	1
15	1	1	0	1	1
16	0	1	1	0	1
$k_1^{(i)}$	11	11	11	11	9
$l_0^{(i)}$	5	5	5	5	7
$k_1^{(i)} - l_0^{(i)}$	6	6	6	6	2
g_{x_i}	0,375	0,375	0,375	0,375	0,125

$x_1 \quad k_1^{(1)} = 11,\ l_0^{(1)} = 5;$ $\qquad x_5 \quad k_1^{(5)} = 9,\ l_0^{(5)} = 7.$

(8.6) ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ:

$$g_{x_1} = 11 \cdot 2^{-4} - 5 \cdot 2^{-4} = 6 \cdot 2^{-4} = 0{,}375;$$

$$g_{x_5} = 9 \cdot 2^{-4} - 7 \cdot 2^{-4} = 2 \cdot 2^{-4} = 0{,}125.$$

ამგვარად x_i ელემენტის „წონა“ გამოითვლება ფორმულით:

$$g_{x_i} = \frac{k_1^{(i)} - l_0^{(i)}}{2^{m-1}}, \qquad (8.9)$$

სადაც $k_1^{(1)} - x_i$ ელემენტების შემცველი კონუნქციების რაოდენობაა სდნფ-ში; $l_0^{(i)} - x_i'$ ელემენტების შემცველი კონიუნქციების რაოდენობაა სდნფ-ში.

განვსაზღვროთ (8.7) სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის „წონა“ (8.2) ფორმულის გამოყენებით:

$$g_{y(x_5)} = 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2 \cdot 2^{-5} = 0{,}5.$$

რაც ასახავს (8.7) სისტემის მუშა მდგომარეობების რაოდენობის წილს ყველა შესაძლო რაოდენობასთან. მართლაც, ცხრილში მუშა მდგომარეობების რაოდენობა 16-ია, ხოლო ყველა შესაძლო მდგომარეობების რაოდენობა – 32.

8.2. სისტემის ელემენტების „მნიშვნელობა“ და „წვლილი“

განსაზღვრება 3. x_i ელემენტის **„მნიშვნელობა“** $y(x_1, \ldots, x_n)$, სისტემის საიმედოობისთვის, განისაზღვრება, როგორც სისტემის უმტყუნო მუშაობის ალბათობის P_y-ის კერძო წარმოებული ელემენტის უმტყუნო მუშაობის ალბათობის R_i-ის მიმართ.

$y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემაში x_i ელემენტის **„მნიშვნელობის“** გამოთვლის ალგორითმი ეფუძნება სისტემის საიმედოობის გამოთვლის ცხრილურ მეთოდს და მოიცავს შემდეგ ეტაპებს:

1) x_i ელემენტის „მნიშვნელობის“ გამოთვლის მიზნით უნდა ავაგოთ ცხრილი რეკურენტული ალგორითმის (ცხრილური მეთოდის) შესაბამისად;
2) მიღებული ცხრილიდან ამოვშალოთ x_i ელემენტის შესაბამისი სტრიქონი;
3) მიღებული ცხრილიდან ამოვშალოთ ყველა ის სვეტი, რომლებშიც არ გვხვდება x_i ელემენტი;
4) დარჩენილ სვეტებში გადავამრავლოთ ყველა იმ ელემენტის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობები, რომლებიც მონიშნულია „×“ სიმბოლოთი;
5) ცხრილის სვეტებში მიღებული შედეგები შევკრიბოთ „+“ და „–“ ნიშნების გათვალისწინებით.

განვიხილოთ მაგალითი. ვთქვათ მოცემულია სისტემა, რომლის საიმედოობის სქემა აღიწერება ხიდისებური სტრუქტურით (იხილეთ სურ. 8.1):

ხიდისებური სტრუქტურის ლოგიკურ ფუნქციას აქვს შემდეგი დნფ-ის სახე:

$$Y(x_1, \ldots, x_n) = x_1x_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_4x_5 \vee x_2x_3x_5$$

$$K_1 = x_1\,x_3$$

$$K_2 = x_2\,x_4$$

$$K_3 = x_1\,x_4\,x_5$$

$$K_3 = x_2\,x_3\,x_5$$

1) ცხრილური მეთოდით ავაგოთ ცხრილი 1, რომელსაც ექნება შემდეგი სახე:

ცხრილი 1

R_i	K_1	K_2	K_3	K_4	K_1K_2	K_1K_3	K_1K_4	K_2K_3	K_2K_4	K_3K_4	$K_1K_2K_3$	$K_1K_2K_4$	$K_1K_3K_4$	$K_2K_3K_4$	$K_1K_2K_3K_4$
	«+»				«–»						«+»				«–»
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R_1	×	-	×	-	×	×	×	×	-	×	×	×	×	×	×
R_2	-	×	-	×	×	-	×	×	×	×	×	×	×	×	×
R_3	×	-	-	×	×	×	×	-	×	×	×	×	×	×	×
R_4	-	×	×	-	×	×	-	×	×	×	×	×	×	×	×
R_5	-	-	×	×	-	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
P_{x_1}	R	-	R_2	-	R_3	R_3	R_3	R_3	-	-	-	R_4	R_4	-	-
P_{x_5}	-	-	R_2	R_2	-	R_3	R_3	R_3	R_3	-	-	R_4	R_4	-	-

2) ცხრილი 1-ში ამოვშალოთ პირველი სტრიქონი x_1-ის მიმართ;

3) ცხრილი 1-ში ამოვშალოთ 2, 4 და 9 სვეტები;

4) შევასრულოთ ალგორითმის 4 და 5 პუნქტები, მივიღებთ:

$$M(x_1) = R + R^2 - 4R^3 + 2R^4 = 0.375$$

ანალოგიურად შევასრულოთ ალგორითმი x_5-ის მიმართ, მივიღებთ:

$$M(x_5) = 2R^2 - 4R^3 + 2R^4 = 0.125$$

x_1-ის **„მნიშვნელობა“** წარმოადგენს სისტემის უმტყუნო მუშაობის პირობით ალბათობას x_1 ელემენტის მუშაობისუნარიანობის პირობით.

ელემენტის **„წონა“** წარმოადგენს მისი **„მნიშვნელობის“** კერძო შემთხვევას, როდესაც ყველა ელემენტის უმტყუნო მუშაობების ალბათობები ტოლია და უდრის 0.5-ს.

განსაზღვრება 4. x_i ელემენტის **„წვლილი“** $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემის საიმედოობაში განისაზღვრება როგორც x_i ელემენტის უმტყუნო მუშაობის ალბათობის ნამრავლი ამავე ელემენტის **„მნიშვნელობის“** მაჩვენებელზე:

$$\boldsymbol{W(x_i) = R_i\, M(x_i).}$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ $\boldsymbol{W(x_i) \le M(x_i)}$.

განსაზღვრება 5. x_i ელემენტის **„ფარდობითი წვლილი“** $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემის საიმედოობაში განისაზღვრება როგორც x_i ელემენტის ნორმირებული წვლილი:

$$\boldsymbol{N_{x_i} = W(x_i) \Big/ \sum_{i=1}^{n} W(x_i)}$$

სისტემის საიმედოობაში ელემენტის როლის განხილულ ყველა კრიტერიუმს გააჩნია განსხვავებული „მგრძნობელობა“ და ინფორმაციული დატვირთვა. ასე მაგალითად, x_i ელემენტის $\boldsymbol{g(x_i)}$ **„წონა“** $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემაში დამოკიდებულია მხოლოდ ამ ელემენტის ადგილმდებარეობაზე სისტემის სტრუქტურაში.

x_i ელემენტის $\boldsymbol{M(x_i)}$ **„მნიშვნელობა“** $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემის საიმედოობისთვის დამოკიდებულია არა მხოლოდ ამ ელემენტის ადგილმდებარეობაზე სისტემის სტრუქტურაში, არამედ სისტემის ყველა დანარჩენი ელემენტის საიმედოობაზე გარდა x_i ელემენტის საიმედოობისა.

x_i ელემენტის $\boldsymbol{W(x_i)}$ **„წვლილი“** $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემის საიმედოობაში დამოკიდებულია ამ ელემენტის ადგილმდებარეობაზე $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემის სტრუქტურაში, მის მუშაობისუნარიანობის პირობაზე და სისტემის ყველა ელემენტების საიმედოობაზე x_i ელემენტის საიმედოობის ჩათვლით.

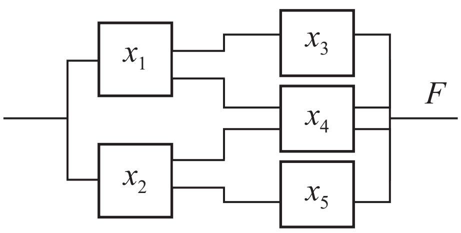
დავალება 8

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ სისტემის მუშაობისუნარიანობის „ლოგიკური ფუნქციის წონის“ განსაზღვრება.
2. დაწერეთ x_i არგუმენტით ლოგიკური ფუნქციის „ბულის სხვაობის წონის“ განსაზღვრება.
3. დაწერეთ m ელემენტიანი სისტემის x_i ელემენტის „წონის“ გამოსათვლელი ზოგადი ფორმულა.
4. დაწერეთ m ელემენტიანი სისტემის x_i ელემენტის „წონის“ ოდნფ-ით გამოსათვლელი ფორმულა.
5. დაწერეთ $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემის საიმედოობაში x_i ელემენტის „მნიშვნელობის“ განსაზღვრება.
6. ჩამოწერეთ $y(x_1, \ldots, x_n)$ სისტემაში x_i ელემენტის „მნიშვნელობის“ გამოთვლის ეტაპები.
7. დაწერეთ სისტემის საიმედოობაში ელემენტის წვლილის გამოსათვლელი ფორმულა.

პრაქტიკული დავალება:

8. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით გამოთვალეთ ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის x_1, x_2, x_3, x_4 და x_5 ლოგიკური ელემენტების „წონები“ სისტემის საიმედოობაში.
9. ჩაატარეთ ხიდისებური სტრუქტურის მქონე სისტემის ელემენტების „წონების“ ანალიზი და გააკეთეთ შესაბამისი დასკვნები.
10. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით გამოთვალეთ $y(x)=x_1x_3 \vee x_1x_4 \vee x_2x_4 \vee x_2x_5$ ლოგიკური ფუნქციით აღწერილი სისტემის x_1, x_3, და x_4 ლოგიკური ელემენტების „წონები“ სისტემის საიმედოობაში.
11. გამოთვალეთ იგივე სისტემის x_1, x_3, და x_4 ლოგიკური ელემენტების „მნიშვნელობები“ სისტემის საიმედოობაში თუ სისტემის ელემენტების საიმედოობის მაჩვენებლები განსხვავებულია: R_1=0.95, R_2=0.97, R_3=0.98, R_4=0.96, R_5=0.99.



12. გამოთვალეთ იგივე სისტემის x_1, x_3, და x_4 ლოგიკური ელემენტების „წვლილი“ სისტემის საიმედოობაში თუ სისტემის ელემენტების საიმედოობის მაჩვენებლებია: R_1=0.97, R_3=0.98, R_4=0.96.

თავი 9.
სისტემების უსაფრთხოების შეფასების მეთოდები

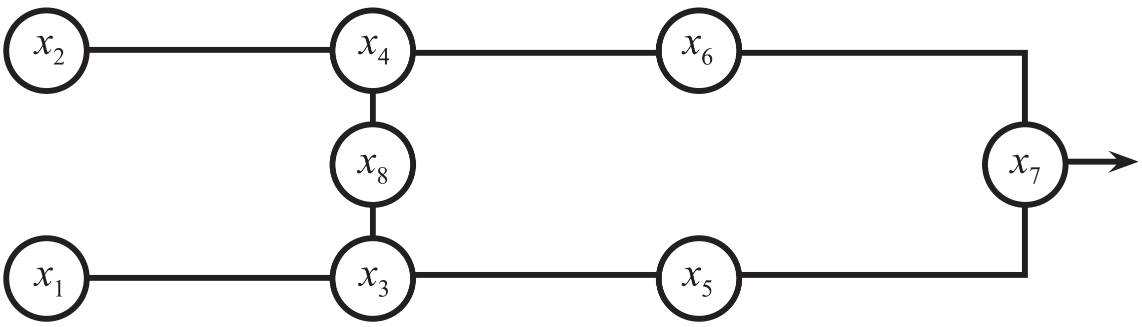
9.1. რისკების შეფასება საიმედოობის მოდელის გამოყენებით

სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლის რისკები შესაძლებელია განვიხილოთ ორ ასპექტში და განვახორციელოთ ორი მეთოდით (მე-9 თავში გამოყენებულია [5]-ში განხილული მეთოდოლოგია და მაგალითები):

საიმედოობის მოდელში გავითვალისწინოთ ყველა შესაძლო მაინიცირებელი ხდომილება და პირობა;

შევიმუშაოთ უსაფრთხოების დამოუკიდებელი მოდელი (სცენარი), რომელშიც გათვალისწინებული იქნება ტექნიკის მტყუნება და ადამიანის შეცდომა (არასწორი მოქმედება).

პირველი მიდგომა ვაჩვენოთ ელექტროენერგეტიკული სისტემის მაგალითზე, რომელიც განხილულია სახელმძღვანელოს მე-3 თავში.



ნახ. 9.1 ელექტროენერგეტიკული სისტემის სტრუქტურული სქემა

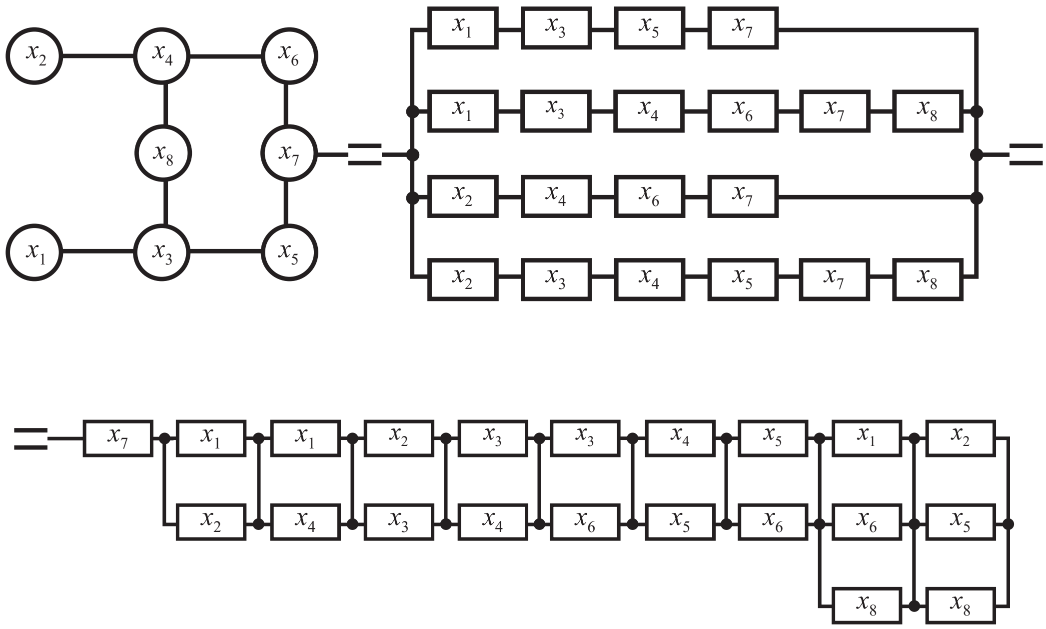
განხილული ელექტროენერგეტიკული სისტემის (ნახ. 9.1) მუშაობისუნარიანობის პირობა ჩავწეროთ დნფ-ის სახით წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზებით:

$$y(x_1,\, \ldots,\, x_8) \;=\left|\begin{array}{l} x_1 x_3 x_5 x_7 \\ x_1 x_3 x_8 x_4 x_6 x_7 \\ x_2 x_4 x_6 x_7 \\ x_2 x_4 x_8 x_3 x_5 x_7 \end{array}\right. = \left|\begin{array}{l} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{array}\right| \qquad (9.1)$$

ამ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა შესაძლებელია ჩაიწეროს მინიმალური კვეთების საშუალებითაც:

$$y(x_1,\, \ldots,\, x_8) \;=\left|\, x_7 \,\right|\begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ \\ \end{array}\left|\begin{array}{l} x_1 \\ x_4 \\ \\ \end{array}\right|\begin{array}{l} x_2 \\ x_3 \\ \\ \end{array}\left|\begin{array}{l} x_3 \\ x_4 \\ \\ \end{array}\right|\begin{array}{l} x_3 \\ x_5 \\ \\ \end{array}\left|\begin{array}{l} x_4 \\ x_5 \\ \\ \end{array}\right|\begin{array}{l} x_5 \\ x_6 \\ \\ \end{array}\left|\begin{array}{l} x_1 \\ x_6 \\ x_8 \end{array}\right|\begin{array}{l} x_2 \\ x_5 \\ x_8 \end{array}\left| = \right| S'_1 S'_2 \ldots S'_{10} \,\Big| \qquad (9.2)$$

მუშაობისუნარიანობის პირობები (9.1) და (9.2) გრაფიკულად შესაძლებელია გამოისახოს ორი სქემის საშუალებით (იხილეთ სურ. 9.2), რომელზეც თვალსაჩინოდ ჩანს, რომ სისტემა ასრულებს მასზე დაკისრებულ ფუნქციას, უზრუნველყოს მომხმარებელი ელექტროენერგიით თუ არსებობს ფუნქციონირების ოთხი უმოკლესი გზიდან ერთი გზა მაინც ან ყველა ათი კვეთა მუშაობისუნარიანია.



სურ. 9.2. მუშაობისუნარიანობის სქემური წარმოდგენა

სისტემა მუშა მდგომარეობაშია თუ მომხმარებელი უზრუნველყოფილია უწყვეტი ელექტრო ენერგიით x_7 დაფიდან (კვანძიდან). სისტემის მოდელს დავამატოთ მე-9 ლოგიკური ელემენტი z_9 და განვსაზღვროთ ორი სახიფათო მდგომარეობა: 1) დაზიანება ელექროდენის დარტყმით; 2) ელექტროენერგიის მიწოდების მოშლა:

$z_9^{(1)} = 1$ – თუ მოხდება x_7 დაფაზე არასწორი შეხება და შედეგად დენის დარტყმა;

$z_9^{(1)} = 0$ – წინააღმდეგ შემთხვევაში.

$z_9^{(2)} = 1$ – თუ მოცემულ მომენტში შეწყვეტილია დენის მიწოდება;

$z_9^{(2)} = 0$ – წინააღმდეგ შემთხვევაში.

სახიფათო მდგომარეობის ფუნქცია ჩაიწერება შემდეგნაირად:

პირველ შემთხვევაში:

$$y_C^{(1)}\left(x_1, \ldots, x_8, z_9^{(1)}\right) = \left| \begin{array}{l} x_1 x_3 x_5 x_7 \\ x_1 x_3 x_8 x_4 x_6 x_7 \\ x_2 x_4 x_6 x_7 \\ x_2 x_4 x_8 x_3 x_5 x_7 \end{array} \right| z_9^{(1)} \tag{9.3}$$

მეორე შემთხვევაში:

$$y_{\mathrm{C}}^{(2)}\left(x_1,\ \ldots,\ x_8,\ z_9^{(2)}\right)=\left|\begin{array}{l|l} x_7' & z_9^{(2)} \\ x_1'\left|\begin{array}{l} x_2' \\ x_4' \end{array}\right. & \\ x_3'\left|\begin{array}{l} x_2' \\ x_4' \\ x_6' \end{array}\right. & \\ x_5'\left|\begin{array}{l} x_4' \\ x_6' \end{array}\right. & \\ x_5'\left|\begin{array}{l} x_1'x_6' \\ x_2'x_5' \end{array}\right. & \end{array}\right. \tag{9.4}$$

სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლის ალბათობა შესაძლებელია განვსაზღვროთ შემდეგი პოლინომით:

$$\begin{gathered} O_{\mathrm{C}}^{(1)}=P\left\{\ y_{\mathrm{C}}^{(1)}\left(x_1,\ \ldots,\ x_8,\ z_9^{(1)}\right)=1\right\}=\left[R_1R_3R_5+R_2R_4R_6+\right. \\ +R_1R_3R_4R_6R_8+R_2R_3R_4R_5R_8-\left(R_1R_3R_4R_5R_6R_8+\right. \\ +R_1R_2R_3R_4R_5R_6+R_1R_2R_3R_4R_6R_8+R_1R_2R_3R_4R_5R_8+ \\ \left.\left.+R_2R_3R_4R_5R_6R_8\right)+2R_1R_2R_3R_4R_5R_6R_8\right]R_7O_9^{(1)}, \end{gathered} \tag{9.5}$$

სადაც $O_9^{(1)}$ – x_7 დაფაზე შეხების ალბათობაა.

მეორე შემთხვევისთვის სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლის ალბათობა $O_{\mathrm{C}}^{(2)}$ შესაძლებელია გამოვთვალოთ ფორმულით:

$$O_{\mathrm{C}}^{(2)}=\left\{y_9^{(2)}\left(x_1',\ \ldots,\ x_8',\ z_9^{(2)}\right)=1\right\}=Q_{\mathrm{C}}Q_9^{(2)}=(1-\mathrm{R}_{\mathrm{C}})O_9^{(2)}, \tag{9.6}$$

სადაც $O_9^{(2)}$ – დენის მიწოდების აუცილებლობის ალბათობაა.

ვისარგებლოთ ლოგიკური ფუნქციის გარდაქმნის რომელიმე ალგორითმით, მაგალითად, ორთოგონალიზაციის ალგორითმით და სახიფათო მდგომარეობის ფუნქცია (9.4) წარმოვადგინოთ ოდნფ-ის სახით:

$$y_{\mathrm{C}}^{(2)}\left(x_1',\ \ldots,\ x_8',\ z_9^{(2)}\right)=\left|\begin{array}{l|l} x_7' & z_9^{(2)} \\ x_7\left|\begin{array}{l} x_1'x_2' \\ x_1'x_2x_4' \\ x_1x_2'x_3' \\ x_1x_2x_3'x_4' \\ x_1x_2x_3'x_4x_6' \\ x_1'x_2x_3'x_4x_6' \\ x_1x_2x_3x_4'x_5' \\ x_1x_2'x_3x_4'x_5' \\ x_1x_2'x_3x_4x_5'x_6' \\ x_1x_2x_3x_4x_5'x_6' \\ x_1'x_2x_3x_4x_5'x_6' \\ x_1'x_2x_3x_4x_5x_6'x_8' \\ x_1x_2'x_3x_4x_5'x_6x_8' \end{array}\right. & \end{array}\right. \tag{9.7}$$

ალბათურ ფუნქციაზე რომ გადავიდეთ, კონუნქციებში უნდა გადავამრავლოთ ალბათობები და შემდეგ დიზუნქციებში – შევკრიბოთ.

საწყისი ალბათობებისთვის:

$$R_1 = R_2 = 0{,}7; \qquad R_3 = R_4 = R_7 = 0{,}9;$$

$$R_5 = R_6 = R_8 = 0{,}99; \qquad O_9^{(1)} = O_9^{(2)} = 0{,}0001.$$

მივიღებთ შემდეგ რისკებს:

$$O_C^{(1)} = 0{,}775559 \cdot 0{,}0001 \approx 0{,}78 \cdot 10^{-4},$$

$$O_C^{(2)} = 0{,}224441 \cdot 0{,}0001 \approx 0{,}22 \cdot 10^{-4},$$

ამგვარად ვაჩვენეთ, რომ სისტემის საიმედოობასა და უსაფრთხოებას შორის არსებობს გარკვეული კავშირი, მაგრამ ზოგიერთ შემთხვევაში სისტემის უმტყუნოდ მუშაობა მეტი რისკების შემცველია, ვიდრე არასაიმედო სისტემის მუშაობა:

$$O_C^{(1)} = 3{,}46\ O_C^{(2)}.$$

9.2. უსაფრთხოების სცენარის აგების მეთოდი

განვსაზღვროთ მატარებლის ავარიის შემდეგი რისკ-ფაქტორები.

მაინიცირებელი ხდომილებები:

z_1 – ლიანდაგის გაფართოება;

z_2 – რელსის გატეხა;

z_3 – ტერიტორიაზე ფეთქებადი გაზის კონცენტრაციის მომატება;

z_4 – რელსებზე უცხო სხეულის არსებობა;

მაინიცირებელი პირობები:

z_5 – არადროული აღმოჩენა z_1 და z_2 ფაქტორებისა და შესაბამისად, დისპეტჩერისა და მემანქანის არაინფორმირებულობა;

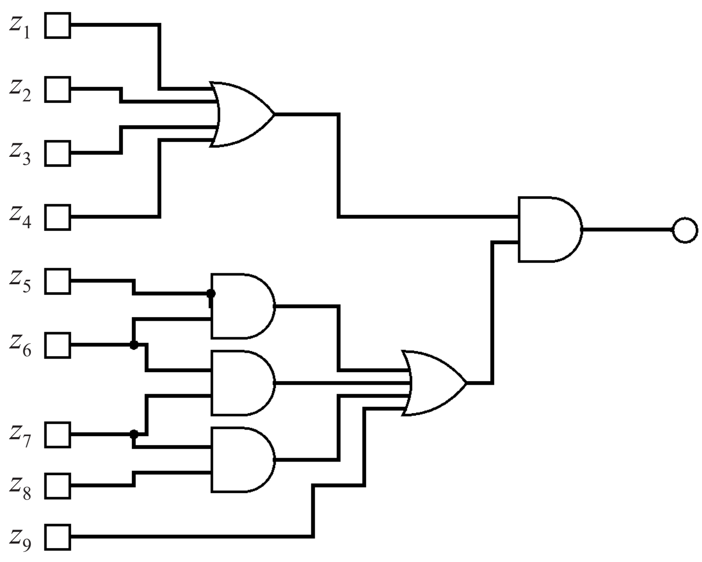
z_6 – დისპეტჩერის შეცდომა;

z_7 – შუქნიშნის მტყუნება ლიანდაგის დაკავებულობის დროს;

z_8 – მემანქანის შეცდომა;

z_{10} – სამუხრუჭე სისტემის მწყობრიდან გამოსვლა (მე-9 პირობა გამოტოვებულია).

მატარებლის კატასტროფის (სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლის) ლოგიკური სცენარის სქემას ექნება შემდეგი სახე (სურ. 9.3):



სურ. 9.3. სახიფათო მდგომარეობის სცენარის ლოგიკური სქემა

შესაბამისი სახიფათო მდგომარეობის ფუნქცია იქნება:

$$y_C(z_1, \ldots, z_{10}) = \left| \begin{array}{l|l} z_1 & z_{10} \\ z_2 & z_5 z_6 \\ z_3 & z_6 z_8 \\ z_4 & z_7 z_8 \end{array} \right| \tag{9.8}$$

(9.8) ფუნქციის ინვერსიით და თავი 2-ის მე-16 ფორმულის გამოყენებით მივიღებთ სისტემის უსაფრთხოების ფუნქციას:

$$y'_C(z'_1, \ldots, z'_{10}) = \left| \begin{array}{l} z'_1 z'_2 z'_3 z'_4 \\ z'_{10} \left| \begin{array}{l} z'_5 \\ z'_6 \end{array} \right| \begin{array}{l} z'_6 \\ z'_8 \end{array} \left| \begin{array}{l} z'_7 \\ z'_8 \end{array} \right. \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} z'_1 z'_2 z'_3 z'_4 \\ z'_{10} \left| \begin{array}{l} z'_5 z'_8 \\ z'_6 z'_7 \\ z'_6 z'_8 \end{array} \right. \end{array} \right| \tag{9.9}$$

(9.8) და (9.9) ფუნქციები მონოტონური და განმეორებადია. მათი გარდაქმნისთვის გამოვიყენოთ ორთოგონალიზაციის ალგორითმი, მივიღებთ:

$$y_C(z_1, \ldots, z_{10}) = \left| \begin{array}{l|l} z_1 & z_{10} \\ z_2 & z'_{10} z_5 z_6 \\ z_3 & z'_{10} z'_5 z_6 z_8 \\ z_4 & z'_{10} z'_5 z'_6 z_7 z_8 \\ & z'_{10} z_5 z'_6 z_7 z_8 \end{array} \right| \tag{9.10}$$

$$y'_C(z'_1, \ldots, z'_{10}) = \left| \begin{array}{l} z'_1 z'_2 z'_3 z'_4 \\ z'_{10} \left| \begin{array}{l} z'_5 z'_8 \\ z_5 z'_6 z'_8 \\ z_5 z'_6 z'_7 z_8 \\ z'_5 z'_6 z'_7 z_8 \end{array} \right. \end{array} \right| \tag{9.11}$$

გადავიდეთ ალბათურ ფუნქციაზე, მივიღებთ:

$$D_C = (1 - S_1 S_2 S_3 S_4)\left[D_{10} + S_{10}(D_5 D_6 + S_5 D_6 D_8 + S_5 S_6 D_7 D_8 + D_5 S_6 D_7 D_8)\right] \tag{9.12}$$

$$S_C = 1 - (1 - S_1 S_2 S_3 S_4)\left[1 - S_{10}(S_5 S_8 + D_5 S_6 S_8 + D_5 S_6 S_7 D_8 + S_5 S_6 S_7 D_8)\right], \tag{9.13}$$

სადაც D_C – სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლის ალბათობაა,

S_C – სისტემის უსაფრთხოების ალბათობა.

ცხრილი 9.1

z_i	D_i	S_i
z_1	0.1	0.9
z_2	0.1	0.9
z_3	0.1	0.9
z_4	0.1	0.9
z_5	0.1	0.9
z_6	0.0001	0.9999
z_7	0.1	0.9
z_8	0.1	0.9
z_{10}	0.0000001	0.999999

D_i და S_i საწყისი მონაცემები ავიღოთ ცხრილიდან 9.1 და ჩავსვათ (9.12) და (9.13) ფორმულებში. მივიღებთ: $D_C = 0.00344553$, $S_C = 0.99655447$.

საფრთხისა და უსაფრთხოების რაოდენობრივი შეფასების შედეგებიდან გამომდინარეობს, რომ ერთი კრიტერიუმის, მაგალითად, საფრთხის მდგომარეობის შეფასებით, ჩვენ ვიღებთ მეორე შეფასების კრიტერიუმის უსაფრთხოების რაოდენობრივ მაჩვენებელსაც: $S_C = 1 - D_C$.

დავალება 9

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ თუ რაში მდგომარეობს სისტემის სახიფათო მდგომარეობაში გადასვლის რისკების ორი მეთოდი.

პრაქტიკული დავალება:

2. განსაზღვრეთ და ჩამოთვალეთ განსაკუთრებული მნიშვნელობის მქონე ვებ სისტემაზე (ჰოსტინგურ ან ვებ სერვერზე) კიბერ-შეტევის – სისტემის უსაფრთხოების დარღვევის (საფრთხის მდგომარეობაში გადასვლის) მაინიცირებელი ხდომილებები და მაინიცირებელი პირობები.
3. ააგეთ ვებ სისტემის საფრთხის მდგომარეობაში გადასვლის სცენარი მაინიცირებელი ხდომილებებისა და მაინიცირებელი პირობების თანხვედრის მიხედვით და შეადგინეთ შესაბამისი ლოგიკური ფუნქცია.
4. პროგრამა Logisim.exe-ში დახაზეთ ვებ სისტემის საფრთხის მდგომარეობაში გადასვლის ლოგიკური ფუნქციის შესაბამისი ლოგიკური სქემა.
5. ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციაში გამოთვალეთ ვებ სისტემის საფრთხისა და უსაფრთხოების ალბათობები თუ თითოელი მაინიცირებელი ხდომილებისა და პირობის ალბათობები ერთმანეთის ტოლია და უდრის $D = 0{,}002$.
6. განსაზღვრეთ და ჩამოთვალეთ შენობაში ხანძრის გაჩენის მაინიცირებელი ხდომილებები და მაინიცირებელი პირობები.
7. ააგეთ შენობაში ხანძრის გაჩენის სცენარი მაინიცირებელი ხდომილებებისა და მაინიცირებელი პირობების თანხვედრის მიხედვით და შეადგინეთ შესაბამისი ლოგიკური ფუნქცია.
8. პროგრამა Logisim.exe-ში დახაზეთ შენობაში ხანძრის გაჩენის ლოგიკური ფუნქციის შესაბამისი ლოგიკური სქემა.
9. ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციაში გამოთვალეთ შენობაში ხანძრის გაჩენით საფრთხის მდგომარეობაში გადასვლისა და უსაფრთხოების ალბათობები თუ თითოელი მაინიცირებელი ხდომილებისა და პირობის ალბათობები ერთმანეთის ტოლია და უდრის $D_C = 0{,}001$.
10. ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციაში გამოთვალეთ შენობაში ხანძრის გაჩენით საფრთხის მდგომარეობაში გადასვლისა და უსაფრთხოების ალბათობები თუ თითოელი მაინიცირებელი ხდომილებისა და მაინიცირებელი პირობის ალბათობები მერყეობს $D_C \in [0.0001, 0.0009]$ დიაპაზონში.

თავი 10.
მრავალფუნქციური ელემენტის საიმედოობის მოდელი

10.1. მრავალფუნქციური ელემენტის განსაზღვრება და კლასიფიკაცია

მრავალფუნქციური ელემენტები გვხვდება ცოცხალ ბუნებაში, ტექნიკის სხვადასხვა სფეროში, ორგანიზაციულ, საზოგადოებრივ, საწარმოო, საფინანსო, ადამიანურ-მანქანურ და სხვა ტიპის სისტემებში. ორგანიზაციულ, საზოგადოებრივ, საწარმოო და ადამიანურ-მანქანურ სისტემებში მრავალფუნქციურ ელემენტად გვევლინება ადამიანი-ოპერატორი ან სპეციალისტი, რომელიც ფლობს რამოდენიმე სპეციალობას და შეუძლია მოცემული სისტემის რამოდენიმე ფუნქციის შესრულება. ადამიანი-ოპერატორის ფუნქციური შესაძლებლობების (ფუნქციური სიჭარბის, ფუნქციური რესურსების) გაზრდა შესაძლებელია სპეციალისტის გადამზადების გზით, რომლის მიზანია ადამიანურ-მანქანური სისტემების ეფექტიანობის მაჩვენებლების ამაღლება. საზოგადოდ, ადამიანი თავისი ბუნებით მრავალფუნქციურია, ვინაიდან მას აქვს უნარი დროის გარკვეულ პერიოდში დაეუფლოს კონკრეტული სისტემის რამდენიმე მომიჯნავე სპეციალობას და შეასრულოს სისტემაზე დაკისრებული სხვადასხვა ფუნქცია. მრავალფუნქციური ადამიანი-ოპერატორები გვხვდება კომპლექსურ საწარმოო ბრიგადებში, საპროექტო ჯგუფებში, სადისპეტჩერო სამსახურებში, სატრანსპორტო საშუალებების ეკიპაჟებში, სპორტულ გუნდებში და სხვ. [13,18].

ტექნიკურ სისტემებში მრავალფუნქციური ელემენტები გვხვდება რობოტიზებულ საწარმოო სისტემებში მრავალფუნქციური რობოტების სახით, კომპიუტერულ ქსელებსა და კლასტერებში ქსელში ჩართული კომპიუტერების სახით, მრავალპროცესორულ სისტემებში პროცესორების სახით, მრავალბირთვიან პროცესორებში ბირთვების სახით, ღრუბლოვან სისტემებში სერვერების სახით და ა.შ. [19,23]

უნდა აღინიშნოს, რომ მრავალფუნქციური ელემენტებისა და მათ ბაზაზე შექმნილი სისტემების საიმედოობა ნაკლებად არის შესწავლილი და გამოკვლეული. შესაბამისად, სამეცნიერო პუბლიკაციებშიც ნაკლებად არის გაშუქებული ასეთი სისტემების სინთეზის, მოდელირების, დაპროექტებისა და საიმედოობის კრიტერიუმების შეფასების საკითხები. ელემენტების ეფექტიანობის კრიტერიუმების შეფასების გარეშე კი შეუძლებულია მაღალი ეფექტიანობის მქონე სისტემების დაპროექტება მრავალფუნქციური ელემენტების ბაზაზე.

განვსაზღვროთ მრავალფუნქციური ელემენტები და მოვახდინოთ მათი კლასიფიკაცია.

ზოგადად A სისტემის **ფუნქციური ელემენტი** (a) ეწოდება ცოცხალ ან არაცოცხალ მატერიალურ ობიექტს, რომელიც წარმოადგენს სისტემის უმარტივეს განუყოფელ ნაწილს (ელემენტს) და ფლობს A სისტემაზე დაკისრებული საერთო F ფუნქციის შემადგენელ რომელიმე ერთი f ფუნქციის (სამუშაოს, დავალების, ოპერაციის, მოქმედების) შესრულების უნარს.

მრავალფუნქციური ელემენტი (მფე) ეწოდება ფუნქციური სიჭარბის მქონე ელემენტს, რომელსაც უნარი აქვს დროის ნებისმიერ t მომენტში შეასრულოს სისტემაზე დაკისრებული ფუნქციებიდან რომელიმე ერთი ფუნქცია f_j, მისი ფუნქციური შესაძლებლობების სიმრავლიდან $F_a = \{f_e / e \in [1, k]\}$, $k > 1$.

მფე-ს კვლევისათვის აუცილებელია განვსაზღვროთ მათი მახასიათებლები და მოვახდინოთ კლასიფიკაცია ზოგიერთი ნიშან-თვისებით.

ფუნქციური სიმძლავრის მიხედვით მოცემული სისტემის მიმართ მფე შესაძლებელია იყოს ორფუნქციური ($k=2$), სამფუნქციური ($k=3$) და ა.შ., k-ფუნქციური ($k>1$). როცა $k=1$, საქმე გვაქვს ერთფუნქციურ ელემენტთან (მაგალითად, ვიწრო სპეციალობის ერთფუნქციურ ადამიან-ოპერატორთან), რომელსაც მოცემულ სისტემაში A შეუძლია სისტემაზე დაკისრებულ ფუნქციათა F სიმრავლიდან მხოლოდ მასზე დაკისრებული ერთი განსაზღვრული ფუნქციის შესრულება.

გამომდინარე A სისტემაზე დაკისრებული F სიმრავლის ფუნქციათა რაოდენობიდან m, მფე მოცემული სისტემის მიმართ შესაძლებელია იყოს *ფუნქციურად სრული* ($k=m$) ან *ფუნქციურად არასრული* ($k<m$).

თუ მფე a ფლობს A სისტემაზე დაკისრებული $F=\{f_j\,/\,j\in[1,m]\}$ სიმრავლის ნებისმიერი ფუნქციის შესრულების უნარს (F_a=F), ასეთ მფე-ს ვუწოდებთ ფუნქციურად სრულ ელემენტს.

თუ მფე-ს a შეუძლია შეასრულოს A სისტემაზე დაკისრებული ფუნქციებიდან რაღაც ნაწილი ფუნქციებისა ($F_a \subset F$), ასეთ მფე-ს ვუწოდებთ *ფუნქციურად არასრულ* ელემენტს.

პრაქტიკაში, მფე-ს ფუნქციური სიჭარბის გაზრდამ (მაგალითად, სპეციალისტის პროფესიულმა ზრდამ) შესაძლებელია წარმოქმნას შემთხვევა, როცა $k>m$. ასეთ მფე-ს ვუწოდებთ ფუნქციურად ზესრულ ელემენტს მოცემული სისტემისთვის. ასეთი მფე შესაძლებელია გადატანილი (ან გადაყვანილი) იქნას იერარქიულად იმავე დონის სისტემაში ფუნქციათა რაოდენობით $m^*>m$ ან იერარქიულად ზედა დონის სისტემაში, რომ სრულად იქნას გამოყენებული მისი ფუნქციური შესაძლებლობები. აქვე აღვნიშნოთ, რომ მფე-ს ასეთი კლასიფიცირება პირობითია და დამოკიდებულია, რომელი კონკრეტული სისტემის მიმართ განვიხილავთ მფე-ს. შესაძლებელია ერთი და იგივე მფე სხვასახვა სისტემაში იყოს ერთფუნქციური ან მრავალფუნქციური (ფუნქციურად არასრული, სრული ან ზესრული).

მფე-ს მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი განისაზღვრება, როგორც

ა) $\nu = (k-1)/m$ ან ბ) $\nu = k/m$. (10.1)

ამ ორი ფორმულის არსებობა განპირობებულია იმით, თუ რამდენად მკაცრად ვაფასებთ ელემენტის მრავალფუნქციურობას. თუ ვთვლით, რომ $k=1$ შემთხვევაში, როდესაც სისტემის ელემენტი ერთფუნქციურია, მისი მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი უნდა იყოს 0-ის ტოლი, მაშინ უნდა გამოვიყენოთ პირველი ფორმულა, წინააღმდეგ შემთხვევაში – მეორე. მაგრამ პირველი ფორმულის გამოყენებისას ფუნქციურად სრული ელემენტისთვის ვერ მივიღებთ 1-ის ტოლ მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტს, მეორე ფორმულის გამოყენებისას კი ფუნქციურად სრული ელემენტისთვის მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი იქნება 1-ის ტოლი.

მრავალფუნქციურობის მაქსიმალური ხარისხი მიიღწევა, როდესაც $k\to m$, თუმცა ეს არ წარმოადგენს მფე-ს სრულ შეფასებას. მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი გვიჩვენებს თუ მოცემული სისტემის რამდენი ფუნქციის შესრულების უნარი გააჩნია მფე-ს, მაგრამ თითოეული ფუნქციის შესრულების ეფექტიანობის ხარისხი რომ შევაფასოთ, ამისათვის საჭირო იქნება სხვა კრიტერიუმების შეფასება, რასაც ქვემოთ განვიხილავთ.

ფუნქციის შესრულების დაკარგული უნარის აღდგენის შესაძლებლობიდან გამომდინარე მფე შესაძლებელია იყოს აღდგენადი ან არააღდგენადი კონკრეტული ფუნქციის მიმართ. მაგალითად, აღდგენადია მრავალფუნქციური ადამიანი-ოპერატორი, რომელსაც დასვენების ან მკურნალობის შემდეგ აქვს უნარი აღიდგინოს დროებით დაკარგული ფუნქცია და კვლავ შეასრულოს მასზე დაკისრებული სამუშაო. არააღდგენადია მრავალფუნქციური ადამიანი-ოპერატორი, რომლის მიერ დაკარგული ფუნქცია აღდგენას არ ექვემდებარება

განუკურნებელი საწარმოო ტრავმის გამო (ან სხვა მიზეზით).

მრავალფუნქციური ელემენტებით დაკომპლექტებული სისტემის ეფექტიანობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელ კლასს მიეკუთვნებიან მასში შემავალი ელემენტები (ადამიანი-ოპერატორები, რობოტები, პროცესორები, პროცესორის ბირთვები და სხვ.). მაგალითად, რაც უფრო მაღალია თითოეული ელემენტის მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი, მით უფრო დიდია მათი გამოყენების არეალი და ეფექტურობა სისტემაში. შესაბამისად, მით უფრო მაღალია სისტემის ეფექტიანობის მაჩვენებლები, რაც თვალსაჩინო გახდება შემდეგ პარაგრაფებში.

10.2. მრავალფუნქციური ელემენტის მდგომარეობები

მრავალფუნქციური ელემენტების თვისებები საშუალებას გვაძლევს მათ ბაზაზე შევქმნათ გადაწყობადი სტრუქტურის სისტემები, რომლებსაც გააჩნიათ უნარი რომელიმე შემადგენელი ელემენტის ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში გადააწყონ სტრუქტურა და განაგრძონ წარმატებული ფუნქციონირება.

მრავალფუნქციური ელემენტის *ნაწილობრივი მტყუნება* წარმოადგენს შემთხვევას, როდესაც მფე კარგავს მასზე დაკისრებული ფუნქციის შესრულების უნარს, მაგრამ ინარჩუნებს სისტემაზე დაკისრებული სხვა ფუნქციების შესრულების უნარს მისი ფუნქციური შესაძლებლობებიდან გამომდინარე.

ერთი ფუნქციური მდგომარეობიდან მეორეში მფე შესაძლებელია გადავიდეს:

- შემთხვევით, შინაგანი და გარეგანი არასასურველი (მადესტაბილიზებელი) ფაქტორების ზემოქმედებით, ან
- დეტერმინირებულად, მმართველი დირექტივების ზემოქმედებით (მართვის ავტომატიზებული სისტემის, მართვის მოწყობილობის ან მენეჯერის მითითებით), სხვა მფე-ს მოთხოვნით ან თხოვნით (მაგალითად, კოლეგა სპეციალისტის თხოვნით), ასევე თავად მფე-ს გადაწყვეტილებით სიტუაციის ანალიზისა და შეფასების შემდეგ.

ამგვარად, მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში, როდესაც მტყუნება ხდება მხოლოდ იმ ფუნქციის $f_i \in F_a$ მიმართ, რომლის შესრულების პროცესშიც იგი იმყოფება, დასაშვებ დროის ინტერვალში ხდება მფე-ს გადართვა $F_a = \{f_e / e \in [1,k]\}$ სიმრავლის სხვა $f_j \in F_a$ ფუნქციის შესრულებაზე, ხოლო დაკარგული ფუნქციის f_i-ს შესრულებას იწყებს მოცემული სისტემის სხვა მფე, რომელიც მანამდე f_j ფუნქციას ასრულებდა (ადგილი აქვს ელემენტების ურთიერთშენაცვლებას).

მფე-ს ყველა შესაძლო მდგომარეობების სიმრავლე ვუწოდოთ ისეთი მდგომარეობების სიმრავლეს, როდესაც დროის ნებისმიერ t მომენტში შესაძლებელია მფე ფლობდეს ყველა ფუნქციის შესრულების უნარს და იმყოფებოდეს სრულ ფუნქციურ მდგომარეობაში $\{f_j(t)\}$, შესაძლებელია იმყოფებოდეს ნაწილობრივი მტყუნების მდგომარეობაში ან სრული მტყუნების მდგომარეობაში.

განვიხილოთ მფე-ს დისკრეტული მდგომარეობები და გადასვლები ერთი მდგომარეობიდან მეორეში. ვთქვათ $G_a = \{g_1, g_2, ..., g_i, ..., g_d\}$, მფე-ს მდგომარეობების სიმრავლეა, სადაც d – ყველა შესაძლო მდგომარეობების რაოდენობაა.

ვთქვათ g_1 შეესაბამება მფე-ს ისეთ მდგომარეობას, როდესაც დროის t მომენტში მას შეუძლია შეასრულოს ნებისმიერი ფუნქცია მისი ფუნქციური შესაძლებლობების სიმრავ-

ლიდან $F_a=\{f_e\,/e\in[1,k]\}$, ანუ

$g_1 \Rightarrow \{f_1, f_2, ..., f_k\}$;

g_2 – მფე-ს შეუძლია შეასრულოს ნებისმიერი ფუნქცია, გარდა f_1 ფუნქციისა,

$g_2 \Rightarrow \{f_1', f_2, ..., f_k\}$;

$g_3 \Rightarrow \{f_1, f_2', ..., f_k\}$ და ა.შ.;

....

$g_{k-1} \Rightarrow \{f_1, f_2, ..., f_{k-1}', f_k\}$;

$g_k \Rightarrow \{f_1, f_2, ..., f_k'\}$;

$g_{k+1} \Rightarrow \{f_1', f_2', ..., f_{k-1}, f_k\}$ და ა.შ.;

....

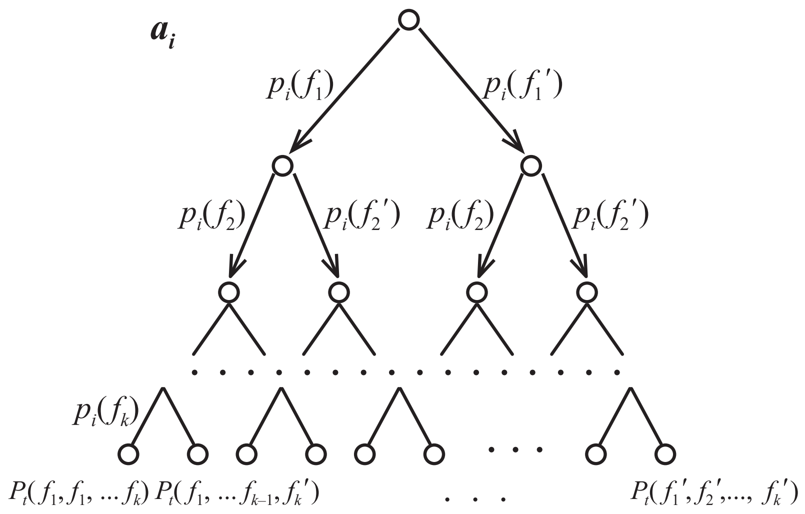
$g_{d-1} \Rightarrow \{f_1', f_2', ..., f_{k-1}', f_k\}$;

$g_d \Rightarrow \{f_1', f_2', ..., f_k'\}$;

მფე-ს ყველა შესაძლო მდგომარეობათა რაოდენობა d განისაზღვრება ფორმულით:

$$d=2^k.$$

k-ფუნქციური a_i მფე-ს ყველა შესაძლო მდგომარეობათა ხე იხილეთ სურ. 10.1-ზე:



სურ. 10.1. k-ფუნქციური მფე-ს შესაძლო მდგომარეობათა ხე

როგორც სურ. 10.1 გვიჩვენებს, მფე-ს მდგომარეობები მოცემულია $p_i(f_j)$ და $p_i(f_j')$ ალბათური სიდიდეებით: $p_i(f_j)$ – a_i მფე-ს მიერ f_j ფუნქციის შესრულების ალბათობაა, $p_i(f_j')$ კი f_j ფუნქციის მიმართ მტყუნების ალბათობაა.

მფე იმყოფება ფუნქციურ მდგომარეობაში, თუ დროის მოცემულ მომენტში მას გააჩნია რომელიმე ერთი ფუნქციის, რამდენიმე ან ყველა ფუნქციის შესრულების უნარი მისი ფუნქციური შესაძლებლობების სიმრავლიდან $f_j\in Fa_i$.

მფე-ს ასეთ ფუნქციურ მდგომარეობას შეესაბამება მდგომარეობათა სიმრავლე $\{g_d\}$, რომლის სიმძლავრე შეადგენს $card\{g_d\}=2^k-1$.

ამგვარად, ჩვენ მიერ აღწერილ მფე-ს საიმედოობის მოდელში მხოლოდ ერთი მდგომარეობა – $g_d \Rightarrow \{f_1', f_2', ..., f_k'\}$ შეესაბამება მფე-ს სრულ მტყუნებას, როდესაც იგი ვერ ასრულებს ვერცერთ ფუნქციას Fa_i სიმრავლიდან, დანარჩენ შემთხვევებში იგი რჩება ფუნქციურ მდგომარეობაში და შეუძლია მონაწილეობდეს სისტემის ფუნქციონირების პროცესში.

როგორც ზემოთ აღინიშნა, ერთი მდგომარეობიდან მეორეში მფე შესაძლებელია გადავიდეს:

1) სტოქასტიკურად (შემთხვევით, სპონტანურად, თვითნებურად) მადესტაბილიზებელი ფაქტორების $\{W_i\}$ ზემოქმედებით;
2) დეტერმინირებულად (მიზანმიმართულად) $\{H_i\}$, $i\in[1,k]$ მმართველი ოპერატორების ზემოქმედებით.

$W(t)$ ოპერატორის ზემოქმედებით t დროის მომენტში მფე f_i-დან გადადის f_j ან f_j' მდგომარეობაში:

$$[W_i(t)]\ [f_1(t)\oplus f_2(t)\oplus \ldots \oplus f_k(t)]=f_j(t) \quad \text{ან}$$
$$[W_i(t)]\ [f_1(t)\oplus f_2(t)\oplus \ldots \oplus f_k(t)]=f_j'(t),$$

სადაც $f_j'(t)$ – მფე-ს მტყუნების მდგომარეობაა t დროის მომენტში;

$f_j(t)$ – ფუნქციური მდგომარეობაა t დროის მომენტში.

$H_i(t)$ ოპერატორის ზემოქმედებით t დროის მომენტში მფე f_i-დან გადადის f_j მდგომარეობაში:

$$[H_i(t)]\quad [f_1(t)\oplus f_2(t)\oplus \ldots \oplus f_k(t)]=f_j(t),$$

სადაც სიმბოლო $\oplus$ აღნიშნავს ლოგიკურ ოპერაციას „ან-ან“ (გამომრიცხავი „ან“, ჯამი 2-ის მოდულით), რაც მიუთითებს იმაზე, რომ დროის მოცემულ t მომენტში მფე შესაძლებელია იმყოფებოდეს მხოლოდ ერთ რომელიმე ფუნქციურ მდგომარეობაში (ასრულებდეს მხოლოდ ერთ რომელიმე ფუნქციას).

T დროის ინტერვალში მფე-ს შეუძლია ასრულებდეს მხოლოდ იმ ერთ ფუნქციას, რომელიც დავალებული აქვს თავიდანვე ან სისტემის საჭიროებიდან გამომდინარე გადასულია სხვა ფუნქციურ მდგომარეობაში (ასრულებს სხვა მომიჯნავე ფუნქციას) მმართველი ოპერატორის მითითებით ან თავისი ინიციატივით. ასეთი მფე, რომელიც გადასულია i-ურ ფუნქციურ მდგომარეობაში (შემთხვევით ან დეტერმინირებულად) იქცევა როგორც ერთფუნქციური ელემენტი, რაც მნიშვნელოვნად ამარტივებს სისტემის სინთეზს. ვინაიდან T დროის ინტერვალში ელემენტი ასრულებს მხოლოდ ერთ j-ურ f_j ფუნქციას $F_a=\{f_e/e\in[1,k]\}$ სიმრავლიდან და იმყოფება i-ურ მდგომარეობაში (g_i), დანარჩენი ფუნქციური მდგომარეობები ამ დროს წარმოადგენენ სარეზერვო მდგომარეობებს, რაც განპირობებულია მრავალფუნქციური ელემენტის ფუნქციური სიჭარბით.

10.3. მრავალფუნქციური ელემენტის საიმედოობის მოდელი

მრავალფუნქციური ელემენტის მფე საიმედოობის რაოდენობრივი შეფასების მიზნით უნდა გამოვიყენოთ მისი თვისება დროის ნებისმიერ მომენტში ფლობდეს ნებისმიერ ერთი ფუნქციის შესრულების უნარს ან ვერ ფლობდეს ერთი, ორი და ა.შ. ფუნქციის შესრულების უნარს მისი ფუნქციური შესაძლებლობების (ფუნქციური რესურსების) სიმრავლიდან.

მფე-ს მუშაობისუნარიანობა – ელემენტის ისეთი მდგომარეობაა, როდესაც მისი ძირითადი პარამეტრები იმყოფება იმ დასაშვებ საზღვრებში, რომელიც შეესაბამება ელემენტის უნარს, შეასრულოს ერთი ფუნქცია მაინც თავისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან.

მფე-ს არამუშაობისუნარიანობა – მისი ისეთი მდგომარეობაა, როდესაც ის ვერ ასრულებს ვერცერთ ფუნქციას თავისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან.

მფე-ს სრული მტყუნება ისეთი ხდომილებაა, როდესაც ელემენტი მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობიდან გადადის არამუშაობისუნარიანობის მდგომარეობაში.

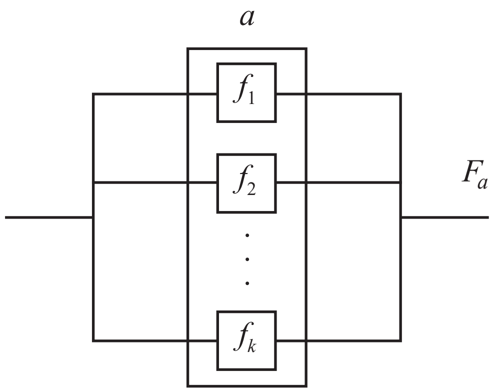
მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნება ისეთი ხდომილებაა, როდესაც ელემენტის მიერ ერთი ან რამოდენიმე ფუნქციის შესრულების უნარის დაკარგვა არ იწვევს არამუშაობისუნარიანობის მდგომარეობაში გადასვლას და ის რჩება მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობაში.

შემოვიტანოთ მფე-ს შემდეგი მახასიათებლები:

- i-ური a_i ელემენტის უნარი ასრულებდეს მასზე დაკისრებულ ფუნქციას მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან $Fa_i = \{f_e / e \in [1, k_i]\}$;
- მფე-ს ფუნქციური რესურსების რაოდენობა $k_i = Card\{Fa_i\}$.

მფე-ს საიმედოობის შეფასების მოდელში უნდა ფიგურირებდეს მისი ყველა ფუნქციური მდგომარეობა, რომელშიც შეიძლება აღმოჩნდეს ფუნქციონირების პროცესში. როდესაც ხდება ნაწილობრივი მტყუნებები მფე-ს მუშაობის პროცესში, მისი ფუნქციური შესაძლებლობების რაოდენობა მცირდება და როდესაც მას აღარ შეუძლია არცერთი ფუნქციის შესრულება, ადგილი აქვს სრულ მტყუნებას.

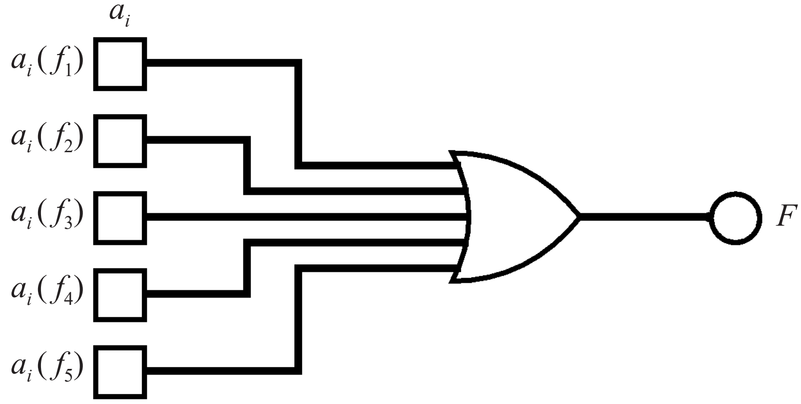
მაგალითისათვის განვიხილოთ k-ფუნქციური მფე, რომლის ფუნქციური რესურსების სიმრავლეა $Fa_i = \{f_e / e \in [1, k_i]\}$. ასეთი მფე-ს საიმედოობის სქემას ექნება შემდეგი სახე (სურ. 10.2).



სურ. 10.2. მფე-ს საიმედოობის მოდელი

მაგალითად, მრავალბირთვიანი პროცესორის თითოეულ ბირთვს დაკისრებული აქვს 5 ძირითადი ფუნქციის შესრულება, ესენია: f_1 – არითმეტიკულ-ლოგიკური ოპერაციის შესრულება – 1, f_2 – არითმეტიკულ-ლოგიკური ოპერაციის შესრულება - 2, f_3 – დასამუშავებელი მონაცემების ჩატვირთვა, f_4 – ჩატვირთული მონაცემების შენახვა, f_5 – მცურავმძიმიანი მონაცემების დამუშავება. აღნიშნული ოპერაციები ერთმანეთისგან დამოუკიდებელ ბლოკებში სრულდება. შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს პროცესორის ბირთვის მტყუნებას ცალკეული ფუნქციის მიმართ, რაც არ ახდენს ზეგავლენას სხვა ფუნქციის შესრულებაზე ანუ შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს ბირთვის ნაწილობრივ მტყუნებას.

5-ფუნქციური a_i-ური მფე-ს მუშაობისუნარიანობის პირობის ლოგიკური სქემა მოცემულია სურ. 10.3-ზე:



სურ. 10.3. 5-ფუნქციური მფე-ს ლოგიკური სქემა

საზოგადოდ, როგორც ზემოთ აღინიშნა, ასეთი მფე შესაძლებელია იმყოფებოდეს ერთ რომელიმე მდგომარეობაში G სიმრავლიდან:

$$G=\{(f_1,f_2,...,f_k),(f'_1,f_2,...,f_k),...,(f'_1,f'_2,...,f'_{k-1},f_k),(f'_1,f'_2,...,f'_k)\}.$$

ალბათობა იმისა, რომ მფე ფლობს ყველა ფუნქციის შესრულების უნარს მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან F_a და აქვს უნარი დროის t მომენტში შეასრულოს F_a სიმრავლის ნებისმიერი ერთი ფუნქცია, გამოისახება ფორმულით:

$$P_t(f_1,f_2,...,f_k)=\prod_{j=1}^{k}p_t(f_j) \tag{10.2}$$

ალბათობა იმისა, რომ დროის t მომენტში მფე-ს შეუძლია F_a სიმრავლის ნებისმიერი ერთი ფუნქციის შესრულება გარდა k-ური ფუნქციისა, იქნება:

$$P_t(f_1,f_2,...,f_{k-1},f'_k)=\prod_{j=1}^{k-1}p_t(f_j)(1-p_t(f_k))=\prod_{j=1}^{k-1}p_t(f_j)q_t(f_k). \tag{10.3}$$

ალბათობა იმისა, რომ დროის t მომენტში მფე-ს არ გააჩნია F_a სიმრავლის არცერთი ფუნქციის შესრულების უნარი, იქნება:

$$P_t(f'_1,f'_2,...,f'_k)=\prod_{j=1}^{k}(1-p_t(f_j))=\prod_{j=1}^{k}q_t(f_j). \tag{10.4}$$

მოცემულ ფორმულებში $p_t(f_j)$ – დროის t მომენტში F_a სიმრავლის j-ური ფუნქციის უმტყუნოდ შესრულების ალბათობაა, $q_t(f_j)$ – f_j ფუნქციის მიმართ მტყუნების ალბათობაა.

ცხადია, რომ სრული ალბათობის თეორემის თანახმად მფე-ის ყველა მდგომარეობის ხდომილებათა ალბათობების ჯამი 1-ის ტოლია. აქედან გამომდინარე, მფე-**ს საიმედოობა – ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ t მომენტში ელემენტი ფლობს F_a სიმრავლის ერთი ფუნქციის შესრულების უნარს მაინც, ანუ იმყოფება ფუნქციურ მდგომარეობაში,** იქნება:

$$P_a(t)=1-\prod_{j=1}^{k}(1-p_t(f_j)), \tag{10.5}$$

სადაც $P_a(t)$ – დროის მოცემულ t მომენტში მფე-ს მუშაობისუნარიანობის ალბათობაა.

განხილული მოდელიდან კარგად ჩანს მფე-ს მაღალი საიმედოობა ერთფუნქციურ ელემენტთან შედარებით. ერთფუნქციური ელემენტი შესაძლებელია იმყოფებოდეს მხოლოდ ორ – მუშაობისუნარიანობის ან არამუშაობისუნარიანობის მდგომარეობაში. თუ მისი მუშაობისუნარიანობის ალბათობა $p=0.95$, მაშინ მისი მტყუნების ალბათობა იქნება $q=1-p=0.05$.

მაგალითი. განვიხილოთ 2-ფუნქციური მფე a. სრული მტყუნების გარდა იგი შესაძლებელია იმყოფებოდეს ნაწილობრივი მტყუნების მდგომარეობებში. მისი ყველა შესაძლო მდგომარეობების რაოდენობა უდრის 4-ს:

$$G_a=\{(f_1,f_2),(f_1,f_2'),(f_1',f_2),(f_1',f_2')\}.$$

თუ $p_a(f_1)=p_a(f_2)=0.95$, მაშინ ალბათობა იმისა, რომ ელემენტი a ფლობს $\{f_1,f_2\}$ სიმრავლიდან ორივე ფუნქციის შესრულების უნარს, იქნება: $P_a(f_1,f_2)=0.95\times 0.95=0.9025$.

ალბათობა იმისა, რომ ელემენტი a ფლობს ორიდან ერთი რომელიმე ფუნქციის შესრულების უნარს, იქნება: $P_a(f_1,f_2')=P_a(f_1',f_2)=0.95\times0.05=0.0475$.

ალბათობა იმისა, რომ ელემენტი a ვერ ფლობს ვერცერთი ფუნქციის შესრულების უნარს, იქნება: $P_a(f_1',f_2')=0.05\times0.05=0.0025$.

2-ფუნქციური მფე-ს საიმედოობა (მუშაობისუნარიანობის ალბათობა) იქნება

$P_a(t)=P_t(f_1,f_2)+P_t(f_1,f_2')+P_t(f_1',f_2)=0.9975$.

იმავე შედეგს მივიღებთ თუ გამოვიყენებთ (10.5) ფორმულას:

$P_a(t)=1-P_a(f_1',f_2')=1-0.0025=0.9975$.

მფე-ს მტყუნების ალბათობა კი იქნება: $Q_a(t)=1-P_a(t)=0.0025$.

გავიხსენოთ, რომ იმავე საწყისი ალბათობის შემთხვევაში ერთფუნქციური ელემენტის საიმედოობა ტოლი იყო $p=0.95$, ხოლო მტყუნების ალბათობა $q=1-p=0.05$.

მაღალი საიმედოობის გარდა მფე ხასიათდება სისტემაში გამოყენების ფართო არეალით. მაგალითად, სისტემაში „ადამიანი-მანქანა“ მრავალფუნქციურ ადამიან-ოპერატორს შეუძლია სხვადასხვა სამუშაო ადგილებზე ფუნქციონირება, სხვისი შენაცვლება ან შეცვლა, ასევე შეუძლია სხვა ადამიანი-ოპერატორის მუშაობისუნარიანობის გაკონტროლება და საჭიროების შემთხვევაში დახმარების გაწევა.

სისტემა, რომელიც დაკომპლექტებულია მფე-ებით მოქნილი სტრუქტურისაა და საჭიროების შემთხვევაში მასში შესაძლებელია სტრუქტურის გადაწყობა (ფუნქციების ხელახალი გადანაწილება) მრავალფუნქციურ ელემენტთა (ადამიან-ოპერატორების, რობოტების, მრავალბირთვიანი პროცესორის ბირთვების) ურთიერთშენაცვლების განხორციელების გზით.

მფე-ს საიმედოობის შეფასების მოდელის გამოყენებით შესაძლებელია მათ ბაზაზე დაკომპლექტებული სისტემების საიმედოობის შეფასების მოდელის აგება, რაც განხილული იქნება შემდეგ თავში.

დავალება 10

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ მრავალფუნქციური ელემენტის მფე განსაზღვრება.
2. დაწერეთ მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტის გამოსათვლელი ფორმულა.
3. მოახდინეთ მფე-ს კლასიფიცირება სხვადასხვა მახასიათებლების მიხედვით.
4. დახაზეთ 3-ფუნქციური ელემენტის ყველა შესაძლო მდგომარეობების ხე.

პრაქტიკული დავალება:

5. განსაზღვრეთ 3-ფუნქციური ელემენტის

ა) ყველა შესაძლო მდგომარეობების რაოდენობა N_1;

ბ) უმტყუნოდ ფუნქციონირების მდგომარეობების რაოდენობა N_2;

გ) ნაწილობრივი მტყუნების მდგომარეობების რაოდენობა N_3;

დ) სრული მტყუნების მდგომარეობების რაოდენობა N_4.

6. 3-ფუნქციური ელემენტისთვის განსაზღვრეთ ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ t მომენტში ის ფლობს სამივე ფუნქციის შესრულების უნარს და შეუძლია შეასრულოს ნებისმიერი ფუნქცია მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან $F_a=\{f_1, f_2, f_3\}$ თუ $p_a(f_j)=0.99, j\in[1,3]$.
7. 3-ფუნქციური ელემენტისთვის განსაზღვრეთ ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ t მომენტში ის იმყოფება ნაწილობრივი მტყუნების მდგომარეობაში და ვერ ასრულებს ნებისმიერ ერთ ფუნქციას მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან $F_a=\{f_1, f_2, f_3\}$ თუ $p_a(f_j)=0.99, j\in[1,3]$.
8. 3-ფუნქციური ელემენტისთვის განსაზღვრეთ ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ t მომენტში ის იმყოფება ნაწილობრივი მტყუნების მდგომარეობაში და არ შეუძლია შეასრულოს ნებისმიერი ორი ფუნქცია მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან $F_a=\{f_1, f_2, f_3\}$ თუ $p_a(f_j)=0.99, j\in[1,3]$.
9. 3-ფუნქციური ელემენტისთვის განსაზღვრეთ ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ t მომენტში ის იმყოფება სრული მტყუნების მდგომარეობაში თუ $p_a(f_j)=0.99, j\in[1,3]$.
10. განსაზღვრეთ 3-ფუნქციური ელემენტის საიმედოობა – ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ t მომენტში ის იმყოფება ფუნქციურ მდგომარეობაში ანუ შეუძლია შეასრულოს ერთი ფუნქცია მაინც მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან $F_a=\{f_1, f_2, f_3\}$ თუ $p_a(f_j)=0.99, j\in[1,3]$.

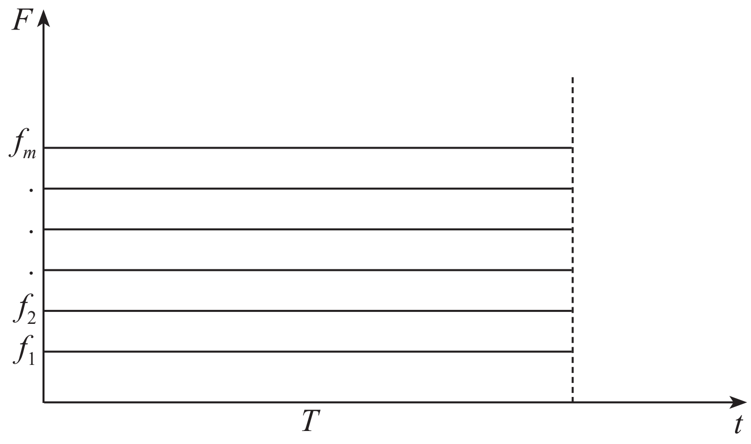
თავი 11.
გადაწყობადი სისტემების საიმედოობის მოდელი

11.1. სტრუქტურულად გადაწყობადი სისტემების კლასიფიკაცია

როგორც მე-10 თავში აღვნიშნეთ, სისტემა, რომელიც დაკომპლექტებულია მრავალფუნქციური ელემენტებით (მფე), მოქნილი, გადაწყობადი ანუ რეკონფიგურირებადი სტრუქტურისაა. მასში რომელიმე მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში სისტემის ფუნქციონირების გაგრძელების მიზნით შესაძლებელია მფე-ების ურთიერთშენაცვლების განხორციელება ელემენტთა შორის ფუნქციების ხელახალი გადანაწილების გზით.

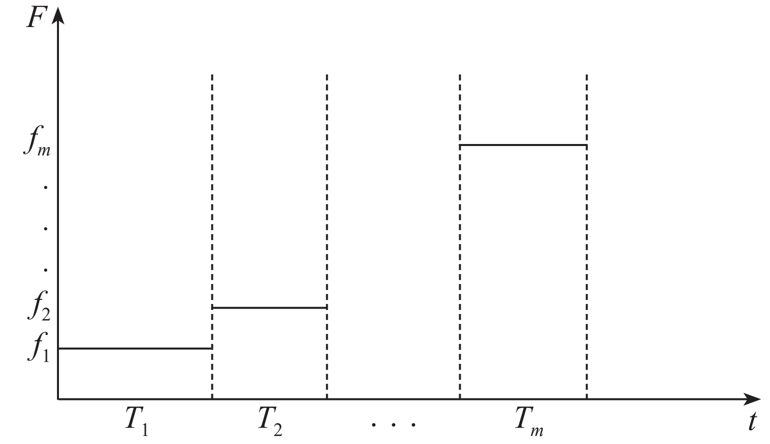
მფე-ის ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სტრუქტურის მქონე სისტემების კვლევის, ეფექტიანობის შეფასების მათემატიკური მოდელების შემუშავებისა და ანალიზის მიზნით თავდაპირველად მოვახდინოთ ასეთი სისტემების კლასიფიკაცია მუშაობის რეჟიმისა და მფე-ების ტიპების მიხედვით. განვიხილოთ A სისტემის ფუნქციონირების საერთო სქემა, რომელზეც დაკისრებულია F ფუნქციის შესრულება მოცემული დროის პერიოდში. როგორც წესი F ფუნქცია იყოფა ქვეფუნქციებად $\{f_1, f_2, ..., f_m\}$, რომლებიც ნაწილდება სისტემის ელემენტებს შორის. მაგალითად, სისტემაში „ადამიანი-მანქანა" ფუნქციები (სამუშაოები, დავალებები, ოპერაციები) შესაძლებელია განაწილდეს ადამიან-ოპერატორებს შორის და მანქანის სხვადასხვა კომპონენტებს შორის, საწარმოო სისტემებში პერსონალსა და დანადგარებს შორის, რობოტიზებულ სისტემებში რობოტებს შორის, მრავალბირთვიან პროცესორებში ბირთვებს შორის და ა.შ. თითოეული ელემენტის მიერ დაკისრებული სამუშაოს (f_j) დროული და ხარისხიანი შესრულება განაპირობებს F საერთო ფუნქციის ხარისხიანად და დროულად შესრულებას. ცხადია, რომ თუნდაც ერთი ელემენტის მიერ სამუშაოს უხარისხოდ შესრულება ან/და სამუშაოების გრაფიკის დარღვევა აისახება F საერთო ფუნქციის შესრულებაზე.

სისტემის მიერ F საერთო ფუნქციის შესრულების რეჟიმი და შესაბამისად დროითი გრაფიკი შესაძლებელია იყოს სხვადასხვანაირი. კერძოდ, თუ F საერთო ფუნქციაში შემავალი $\{f_1, f_2, ..., f_m\}$ ქვეფუნქციები უნდა სრულდებოდეს ერთდროულად, პარალელურ რეჟიმში, მაშინ სამუშაოების დროით გრაფიკს ექნება შემდეგი სახე (სურ. 11.1):



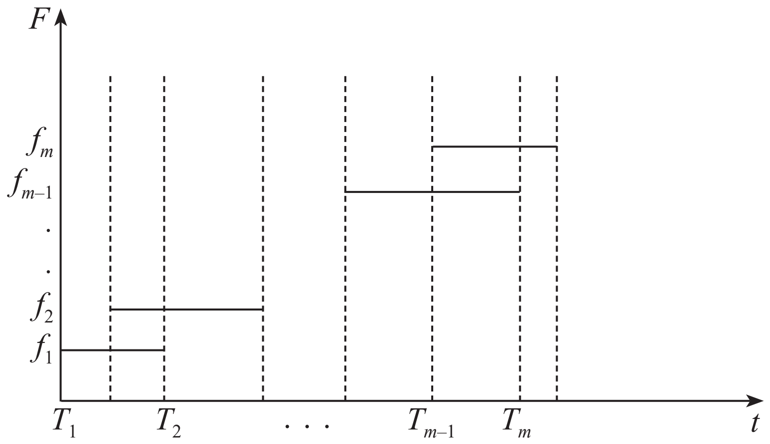
სურ. 11.1. სისტემის ფუნქციონირების პარალელური რეჟიმი

თუ f_j ფუნქციები უნდა სრულდებოდეს მიმდევრობით, მაშინ სამუშაოების გრაფიკს ექნება შემდეგი სახე (სურ. 11.2):



სურ. 11.2. სისტემის ფუნქციონირების მიმდევრობითი რეჟიმი

თუ f_j ფუნქციების შესრულების დროითი ინტერვალები გადაიკვეთება, მაშინ გრაფიკს ექნება სახე (სურ. 11.3):



სურ. 11.3. სისტემის ფუნქციონირების შერეული რეჟიმი

ისეთი ორგანიზაციული ღონისძიებების გატარება, როგორებიცაა ელემენტების შეცვლა, ჩანაცვლება ან ურთიერთშენაცვლება, დამოკიდებულია სისტემის განხილულ სამუშაო რეჟიმებზე. მაგალითად, სისტემაში ფუნქციების პარალელურ რეჟიმში შესრულების დროს მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების გაგრძელების მიზნით შესაძლებელია მხოლოდ ელემენტთა ურთიერთშენაცვლება, მფე-ს სრული მტყუნების შემთხვევაში კი სარეზერვო ელემენტის შემოყვანა გარედან. ფუნქციების მიმდევრობით შესრულების რეჟიმში ურთიერთშენაცვლების გარდა შესაძლებელია ელემენტთა ჩანაცვლებაც ანუ მფე-ს შეუძლია თავისი ფუნქციის შესრულების შემდეგ ჩაანაცვლოს სხვა ელემენტი, რომელსაც იმ მომენტში არ შეუძლია მასზე განპირობებული ფუნქციის შესრულება, რითაც სისტემის ფუნქციონირება არ შეფერხდება.

მფე-ს ბაზაზე შექმნილი სისტემის სტრუქტურა განისაზღვრება ფუნქციური ელემენტების შემადგენლობით, ურთიერთკავშირებით და ელემენტებს შორის ფუნქციათა განაწილების სქემით. გადაწყობადი სისტემების სტრუქტურის ძირითად პარამეტრებს წარმოადგენენ:

n – სისტემის $A=\{a_i, i\in[1,n]\}$ ელემენტების რაოდენობა;

m – სისტემაზე დაკისრებული $F=\{f_j, j\in[1,m]\}$ ფუნქციების რაოდენობა;

k_i – თითოეული i-ური მფე-ს ფუნქციური რესურსების რაოდენობა;

k_Σ – ყველა მფე-ს ფუნქციური რესურსების ჯამი;

δ_S – ელემენტებს შორის ფუნქციათა განაწილების სქემა.

სისტემის საიმედოობის, მოქნილობის, სიცოცხლისუნარიანობის, მტყუნებისადმი მდგრადობის მახასიათებლები ცალსახად არის დამოკიდებული მითითებულ სტრუქტურულ პარამეტრებზე და მათ ურთიერთთანაფარდობაზე.

სისტემა, რომლის ფუნქციონირების პირობას წარმოადგენს ყველა დაკისრებული ფუნქციის აუცილებლად ერთდროულად შესრულება და რომელიც შედგება მხოლოდ ერთფუნქციური ელემენტებისგან, ხისტი, მოუქნელი სტრუქტურისაა. ასეთი სისტემის ყოველი ელემენტი ფლობს მხოლოდ მასზე დაკისრებული ერთი რომელიმე ფუნქციის შესრულების უნარს და იმ შემთხვევაში თუ ერთი ელემენტი მაინც დაკარგავს ფუნქციონირების უნარს, მაშინ მთელი სისტემა დაკარგავს იმავე უნარს. თუ არსებობს შესაძლებლობა გარედან სარეზერვო ელემენტის დამატებისა, მაშინ შესაძლებელია მტყუნების მქონე ელემენტის შეცვლა და სისტემა გააგრძელებს ფუნქციონირებას. სისტემა ხდება მოქნილი სარეზერვო ელემენტის ხარჯზე.

თუ სისტემა შედგება მფე-ებისგან, ასეთი სისტემა მოქნილი სტრუქტურისაა არა სარეზერვო ელემენტების ხარჯზე, არამედ მფე-ების ფუნქციური სიჭარბის ხარჯზე. თუ მოხდება რომელიმე მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნება დაკისრებული ფუნქციის მიმართ, შესაძლებელი იქნება ელემენტთა ისეთი ურთიერთშენაცვლება (სისტემის სტრუქტურის გადაწყობა, რეკონფიგურირება), როდესაც აღდგება სისტემაზე დაკისრებული ყველა ფუნქციის ერთდროულად შესრულების პირობა. აქვე უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ ასეთი სისტემების ეფექტიანი ფუნქციონირება მნიშვნელოვნადაა დამოკიდებული არა მარტო n, m, k და k_Σ პარამეტრებზე, არამედ ამ პარამეტრების ურთიერთთანაფარდობაზე და მფე-ებს შორის ფუნქციათა განაწილების δ_S სქემაზე.

სისტემის ფუნქციურად არასრული მფე-ებით დაკომპლექტებისას ან სისტემის ფუნქციონირების პროცესში ელემენტების ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში შესაძლებელია აღმოჩნდეს ისეთი δ_S მდგომარეობა, რომლის დროსაც ვერ ხერხდება სისტემის ფუნქციონირების პირობის დაცვა და ის ველარ აგრძელებს ფუნქციონირებას. ამიტომ შემთხვევა $k_i<m$ საინტერესოა როგორც სისტემის ელემენტებით დაკომპლექტების ეტაპზე, ასევე სისტემის ფუნქციონირების პროცესში, ვინაიდან მფე შესაძლებელია თავიდანვე იყოს ფუნქციურად არასრული ან გადავიდეს ასეთ მდგომარეობაში ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში.

ყოველივე ზემოთქმულის მიხედვით, სტრუქტურული პარამეტრებიდან გამომდინარე, სისტემები შეგვიძლია დავყოთ კლასებად და ქვეკლასებად. მაგალითად სისტემები, რომლებიც დაკომპლექტებულია მფე-ებისაგან იყოფიან შემდეგ კლასებად: მოქნილი სტრუქტურის სისტემები სარეზერვო, რეზერვების გარეშე და გაზრდილი დატვირთვის მქონე ელემენტებით.

n, m და k სტრუქტურული პარამეტრების ურთიერთთანაფარდობიდან გამომდინარე განვიხილოთ სისტემების კლასები და ქვეკლასები, რომლებიც მოცემულია ცხრილში 11.1:

1. $n=m$, $k_i=1$, $i\in[1,n]$ – სისტემების კლასი ხისტი სტრუქტურით, შედგენილი ერთფუნქციური ელემენტებით (ეფე) გამოკვლეულია საკმაოდ საფუძვლიანად.
2. $n>m, k_i=1$ – ეფე-ებით დაკომპლექტებული სისტემების კლასი, აქვს მოქნილი სტრუქტურა $r=n-m>0$ სარეზერვო ელემენტების ხარჯზე. სრულად და ღრმად არის გამოკვლეული რეზერვირების თეორიაში ტექნიკური სისტემებისთვის.
3. $n>m$, $k\geq 1$ – მოქნილი სტრუქტურის სისტემები $r=n-m>0$ სარეზერვო ელემენტებით დაკომპლექტებული მრავალფუნქციური ელემენტებით (მფე-ებით) და ერთფუნქციური ელემენტებით (ეფე-ებით). ამ კლასის სისტემებში შესაძლებელია როგორც მფე-ების ურთიერთშენაცვლება, ასევე სარეზერვო ელემენტების შემოტანა.

   განვიხილოთ მე-3 კლასის ქვეკლასები:

   3.1. $n>m>k>1$ – სისტემა შედგება ფუნქციურად არასრული მრავალფუნქციური ელემენტებისაგან ფუნქციური შესაძლებლობების სხვადახვა რაოდენობებით ($k_1 \neq k_2 \neq ... \neq k_n$) ან ფუნქციური შესაძლებლობების ერთნაირი რაოდენობებით ($k_1 = k_2 = ... = k_n < m$). ყოველი მათგანის მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი შეადგენს $\nu_i = k_i/m<1$.

   3.2. $n>m>k\geq 1$ – სისტემა დაკომპლექტებულია ერთფუნქციური ელემენტებით და ფუნქციურად არასრული მფე-ებით. ერთფუნქციური ელემენტების მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი შეადგენს $\nu_i = 1/m<1$, ხოლო ფუნქციურად არასრული მფე-ს მრავალუნქციურობის კოეფიციენტი – $\nu_i = k_i/m<1$.

   3.3. $n>m\geq k>1$ – სისტემა შედგება როგორც ფუნქციურად არასრული ($k_1\neq k_2\neq...\neq k_n\leq m$), ასევე ფუნქციურად სრული მფე-საგან ($k_1=k_2=...=k_n=m$): ფუნქციურად არასრული მფე-სთვის $\nu_i = k_i/m<1$, ხოლო ფუნქციურად სრული მფე-სთვის $\nu_i=1$.

   3.4. $n>m\geq k\geq 1$ – სისტემა შედგება ერთფუნქციური ელემენტებისგან ($\nu_i=1/m$), ფუნქციურად არასრული მფე-სგან ($\nu_i = k_i/m<1$) და ფუნქციურად სრული მფე-სგან ($n_i=1$).

   3.5. $n>m=k>1$ – სისტემა შედგება მხოლოდ ფუნქციურად სრული მფე-სგან $\nu_i=1$, $i\in[1,n]$ ($k_1=k_2= ... =k_n = m$), შესაძლებელია ელემენტთა როგორც ურთიერთშენაცვლების, ასევე სრული შეცვლის განხორციელება. ამ კლასის სისტემები გამოირჩევა მოქნილობით, მაღალი საიმედოობით და მტყუნებისადმი მდგრადობით.

4. $n=m$ – სისტემების კლასი ელემენტების მინიმალური რაოდენობით, სარეზერვო ელემენტების გარეშე ($r=n-m=0$). განვიხილოთ ქვეკლასები:

   4.1. $n=m>k>1$ – სისტემა შედგება ფუნქციურად არასრული მფე-ებისგან, რომელთაც განსხვავებული ($k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$), ან ერთნაირი რაოდენობის ფუნქციური შესაძლებლობები ($k_1=k_2=...=k_n$) აქვთ.

   4.2. $n=m>k\geq 1$ – სისტემები, რომლებიც შედგებიან ერთფუნქციური ელემენტებისა და ფუნქციურად არასრული მფე-ებისგან ფუნქციური შესაძლებლობების განსხვავებული რაოდენობებით.

   4.3 $n=m\geq k>1$– სისტემები, რომლებიც შედგებიან ფუნქციურად სრული და არასრული მფე-ებისგან ფუნქციური შესაძლებლობების განსხვავებული რაოდენობებით.

   4.4. $n=m\geq k\geq 1$ – სისტემები, რომლებიც შედგებიან ერთფუნქციური ელემენტებისგან, ფუნქციურად სრული და არასრული მფე-ებისგან ფუნქციური შესაძლებლობების განსხვავებული რაოდენობებით.

   4.5. $n=m=k>1$ – სისტემები, რომლებიც შედგებიან ფუნქციურად სრული მფე-ებისგან. სისტემაში შესაძლებელია სრული ურთიერთშენაცვლების განხორციელება.

5. $n<m$ – სისტემების კლასი, ელემენტების ნაკლებობით.
 გამოიყოფა შემდეგი ქვეკლასები:
 5.1. $n<m$, k_i=1, $i\in[1,n]$ – სისტემა შედგება არასაკმარისი რაოდენობის ერთფუნქციური ელემენტებისგან და სისტემის მუშაობისუნარიანობის უზრუნველსაყოფად აუცილებელი $r = m - n$ რაოდენობის ელემენტების დამატება სისტემაში.
 5.2. $n<m$, k_i>1, $i\in[1,n]$ – სისტემა შედგება არასაკმარისი რაოდენობის მფე-ებისგან. სისტემას შეუძლია ფუნქციონირება დროითი დაყოფის რეჟიმში ან ელემენტების გაზრდილი დატვირთვის პირობებში.

ცხრილი 11.1

№	სისტემების კლასები	სისტემების ქვეკლასები n, m, k-ის მიხედვით	თანაფარდობები k_i და k_{i+1} შორის, $i\in[1, n-1]$	ელემენტების ტიპები
1	ხისტი სტრუქტურის სისტემები	$n=m>1,\ k_i=1,\ i\in[1,n]$	$k_1=k_2=...=k_n$	1-ფუნქციური
2	სისტემები სარეზერვო ელემენტებით	$n>m>1,\ k_i=1$	$k_1=k_2=...=k_n$	1-ფუნქციური
3	მოქნილი სტუქტურის სისტემები სხვადასხვა ტიპის სარეზერვო ელემენტებით	$n>m>k>1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n<m$	არასრული მფე
			$k_1=k_2=...=k_n<m$	არასრული მფე
		$n>m>k\geq 1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	1-ფუნქციური, არასრული მფე
		$n>m\geq k>1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	არასრული, სრული მფე
		$n>m\geq k\geq 1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	1-ფუნქციური, არასრული, სრული მფე
	$r=n-m>0$	$n>m=k>1$	$k_1=k_2=...=k_n$	სრული მფე
4	მოქნილი სტუქტურის სისტემები სარეზერვო ელემენტების გარეშე	$n=m>k>1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	არასრული მფე
			$k_1=k_2=...=k_n$	არასრული მფე
		$n=m>k\geq 1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	1-ფუნქციური, არასრული მფე
		$n=m\geq k>1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	არასრული, სრული მფე
	$r=n-m=0$	$n=m\geq k\geq 1$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	1-ფუნქციური, არასრული, სრული მფე
		$n=m=k>1$	$k_1=k_2=...=k_n$	სრული მფე
5	სისტემები ელემენტების ნაკლებობით	$n<m,\ 1<k<m$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	არასრული მფე
			$k_1=k_2=...=k_n$	არასრული მფე
	$r=n-m<0$	$n<m,\ 1\leq k<m$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	1-ფუნქციური, არასრული მფე
		$n<m,\ 1\ n<m,\ 1<k\leq m$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	არასრული, სრული მფე
		$n<m,\ 1\leq k\leq m$	$k_1\neq k_2\neq...\neq k_n$	1-ფუნქციური, არასრული, სრული მფე
		$n<m=k_i,\ i\in[1,n]$	$k_1=k_2=...=k_n$	სრული მფე

მე-3, მე-4 და მე-5 კლასის სისტემები მფე-ს ბაზაზე ნაკლებად არის შესწავლილი. ამ კლასის სისტემები მიეკუთვნებიან სტრუქტურულად გადაწყობად (რეკონფიგურირებად) სისტემებს, რადგან მათ შეუძლიათ შეიცვალონ სტრუქტურა (გადაეწყონ) ფუნქციონირების პროცესში. ამ შემთხვევაში ხდება სისტემის გადასვლა ერთი კლასიდან ან ქვეკლასიდან მეორე კლასში ან ქვეკლასში. მაგალითად, თუ თავდაპირველად სისტემა მიეკუთვნება ქვეკლასს $n=m=k>1$ და ფუნქციონირების პროცესში, თუნდაც ერთი, ფუნქციურად სრული მფე a_i დაკარგავს მასზე დაკისრებული ფუნქციის f_j შესრულების უნარს, ის ფუნქციურად არასრული ($k_i<m$) გახდება და სისტემა $n=m\geq k\geq 1$ ქვეკლასში გადავა. ელემენტთა ნაწილობრივი მტყუნებების შემთხვევაში ფუნქციათა „სწორი" გადანაწილებისას შესაძლებელია, სისტემამ განაგრძოს წარმატებული ფუნქციონირება, რაც ზრდის მის სიცოცხლისუნარიანობასა და მტყუნებამდგრადობას.

11.2. გადაწყობადი სტრუქტურის სისტემების საიმედოობა

გადაწყობადი სტრუქტურის მქონე სისტემად განვიხილავთ ფუნქციურად ურთიერთშენაცვლებადი მრავალფუნქციური ელემენტებით დაკომპლექტებულ სისტემას, რომელსაც დაკისრებული აქვს განსაზღვრული ფუნქციის ან ფუნქციათა სიმრავლის შესრულება მოცემული დროის შუალედში. მრავალფუნქციურ ელემენეტებს შორის ფუნქციათა განაწილების სქემა განსაზღვრავს სისტემის სტრუქტურას. ამგვარად, სისტემის სტრუქტურა წარმოადგენს სისტემის ელემენტთა განსაზღვრულ სიმრავლეს და ელემენტებს შორის განაწილებული ფუნქციების განსაზღვრული სიმრავლეების ერთობლიობას.

სტრუქტურულად გადაწყობადი სისტემის მოდელი შეიცავს ელემენტის პარამეტრებს (მრავალფუნქციურობის ხარისხს, ფუნქციურ რესურსებს), ორგანიზაციულ პროცესს (შერჩევა, დაკომპლექტება, ფუნქციათა განაწილება), ფუნქციონირების პროცესს (ურთიერთკონტროლი, ურთიერთდახმარება, ურთიერთშენაცვლება, ჩანაცვლება), ფუნქციონირების შედეგს (ეკონომიურობა, საიმედოობა, სიცოცხლისუნარიანობა, უსაფრთხოება).

ზემოთქმულიდან გამომდინარე მფე-ების ბაზაზე გადაწყობადი სისტემის მოდელი შესაძლებელია გამოისახოს სიმრავლეთა კორტეჟის სახით:

$$W=\{F, A, Fa_i, P(Fa), \delta_S, R, E\}\ ,$$

სადაც F – სისტემაზე დაკისრებული ფუნქციების (სამუშაოების, ამოცანების, დავალებების, ოპერაციების) სიმრავლეა; A – ელემენტების სიმრავლე, Fa_i – i-ური მფე-ს ფუნქციური რესურსების სიმრავლე; $P(Fa)$ – მფე-ს ფუნქციური შესაძლებლობების ალბათური შეფასებების მატრიცაა; δ_S არის სისტემის სტრუქტურა (მფე-ებს შორის ფუნქციათა განაწილების სქემა); R – სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობაა, რომელიც მოიცემა ლოგიკური ფუნქციის სახით; E – ეფექტიანობის მაჩვენებლების (მოქნილობის, საიმედოობის, მტყუნებამდგრადობის, სიცოცხლისუნარიანობის, უსაფრთხოების, დანახარჯების) სიმრავლეა.

სისტემის საიმედოობის (უმტყუნო მუშაობისა და მტყუნებისადმი მდგრადობის) შესაფასებლად აღვწეროთ მისი მუშაობისუნარიანობის პირობა:

$n\geq m\geq k\geq 1$ კლასის $A=\{a_i/i\in[1,n]\}$ სისტემის მიერ $F=\{f_j/j\in[1,m]\}$ ფუნქცია სრულდება წარმატებულად, თუ T დროის მოცემულ ინტერვალში სრულდება სისტემაზე დაკისრებული F სიმრავლის ყველა $f_j, j\in[1,m]$ ფუნქცია, ისე რომ სისტემის ნებისმიერი $n^*=m(n^*\leq n)$ ელემენტი

T დროის ნებისმიერ მომენტში ასრულებს მხოლოდ ერთ განსაზღვრულ ფუნქციას მისი ფუნქციური რესურსების სიმრავლიდან Fa_i.

როდესაც სისტემა A დაკომპლექტებულია მფე-ებით, მაშინ მათ გააჩნიათ ურთიერთშენაცვლების თვისება და F ფუნქცია შესაძლებელია შესრულდეს მფე-ებს შორის ფუნქციათა სხვადასხვა განაწილების გზით.

ლოგიკურ ფუნქციას $F_A(x_1, x_2, ..., x_n)$, რომელიც აკავშირებს ელემენტების ფუნქციურ მდგომარეობებს სისტემის მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობასთან, **სისტემის მუშაობისუნარიანობის ფუნქცია (სმფ)** ეწოდება. ჩვენ მიერ განხილული $n \geq m \geq k \geq 1$ კლასის სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცა წარმოადგენს ბინარულ (0,1) მატრიცას $B(m \times n)=[a_i(f_j)]$, სადაც

$$a_i(f_j) = \begin{cases} 1, \text{ თუ მფე } a_i \text{ ფლობს } f_j \text{ ფუნქციის შესრულების უნარს,} \\ 0, \text{ თუ მფე } a_i \text{ ვერ ფლობს } f_j \text{ ფუნქციის შესრულების უნარს.} \end{cases}$$

სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზები ჩაიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით:

$$S_q = a_{i_1}(f_{j1}) \ \& \ a_{i_2}(f_{j2}) \ \& \ ... \ \& \ a_{i_m}(f_{jm}) = 1, \qquad (11.1)$$

სადაც

$i_1 = 1, 2, ..., n-m+1;$
$i_2 = i_1+1, i_1+2, ..., n-m+2;$
....
$i_m = i_{m-1}+1, i_{m-1}+2, ..., n;$
$j_1 \neq j_2 \neq ... \neq j_m;\ j_1, j_2, ..., j_m \in [1,m];$
$q \in [1, N_s].$

N_s – სისტემის მოქნილობის მაჩვენებელია, რომელიც სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების რაოდენობას წარმოადგენს, რაც ამავე დროს მფე-ებს შორის ფუნქციათა განაწილების ვარიანტების რაოდენობასაც გვიჩვენებს.

$n > m = k > 1$ კლასის გადაწყობადი სისტემის მოქნილობის მაჩვენებელი N_s გამოითვლება $B(m \times n)$ ბინარული (0,1) მართკუთხა მატრიცის ელემენტების საშუალებით:

$$N_s = per\{B(m \times n)\} = n!/(n-m)!,$$

სადაც per – $B(m \times n)$ მატრიცის პერმანენტაა.

კერძო შემთხვევაში, როდესაც $n = m = k_i > 1$, $i \in [1,n]$, სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცა არის კვადრატული. ამ შემთხვევაში სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზები შეიძლება აღიწეროს შემდეგი ლოგიკური ფუნქცით:

$$S_q = a_1(f_{j1}) \ \& \ a_2(f_{j2}) \ \& \ ... \ \& \ a_n(f_{jm}), \qquad (11.2)$$

სადაც $j_1, j_2, ..., j_m \in [1,m]; j_1 \neq j_2 \neq ... \neq j_m;\ q \in [1, N_s].$

$$N_s = per\{B(m \times n)\} = n!$$

ორივე განხილულ შემთხვევაში, როდესაც სისტემა ფუნქციურად სრული ელემენტებისაგან შედგება, m და n პარამეტრების ზრდასთან ერთად $n \geq m = k_i > 1$ სისტემის მოქნილობის ინდექსი (წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების რაოდენობა) N_s იზრდება ფაქტორიალურად ($N_s = n!/(n-m)!$ ან $N_s = n!$). როდესაც სისტემა შედგება ფუნქციურად არასრული მფე-სგან ($m > k_i > 1$, $i \in [1,m]$), ცხადია, ფუნქციონირების გზების რაოდენობა $n!/(n-m)!$-ზე ან

$n!$-ზე ნაკლებია და დამოკიდებულია მფე-ებს შორის ფუნქციების განაწილების δ_S სქემაზე. თუმცა ამ შემთხვევაშიც სისტემის ფუნქციონირების გზების ხელით მოდელირება რთულ ამოცანას წარმოადგენს. ორივე შემთხვევაში მიზანშეწონილია და აუცილებელიც კი ფუნქციონირების გზების მოდელირება განხორციელდეს კომპიუტერზე (11.1) ლოგიკური მოდელის გამოყენებით.

(11.1) და (11.2) მოდელებიდან გამომდინარეობს, რომ ყოველ უმოკლეს გზაში შედის $B(m\times n)$ მატრიცის ელემენტები, რომლებიც სხვადასხვა სტრიქონებში და სხვადასხვა სვეტებში მდებარეობენ. სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა აღიწერება ფუნქციონირების უმოკლესი გზების დიზუნქციით:

$$F_A[a_1(f_1),\, a_2(f_2),\, \dots ,\, a_n(f_m)]=\bigcup_{q=1}^{Ns} S_q \qquad (11.3)$$

მაგალითად, სამი 3-ფუნქციური მფე-ით დაკომპლექტებული სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზები (11.2) ფორმულის მიხედვით ჩაიწერება შემდეგი კონუნქციებით:

$$S_1 = a_1(f_1)\ \&\ a_2(f_2)\ \&\ a_3(f_3),$$
$$S_2 = a_1(f_1)\ \&\ a_2(f_3)\ \&\ a_3(f_2),$$
$$S_3 = a_1(f_2)\ \&\ a_2(f_1)\ \&\ a_3(f_3),$$
$$S_4 = a_1(f_2)\ \&\ a_2(f_3)\ \&\ a_3(f_1),$$
$$S_5 = a_1(f_3)\ \&\ a_2(f_1)\ \&\ a_3(f_2),$$
$$S_6 = a_1(f_3)\ \&\ a_2(f_2)\ \&\ a_3(f_1).$$

სამი 3-ფუნქციური მფე-ით დაკომპლექტებული სისტემის მუშაობის-უნარიანობის პირობა (11.3) ფორმულის მიხედვით ჩაიწერება შემდეგი დიზუნქციის სახით:

$$F_A[a_1(f_i),\, a_2(f_j),\, a_3(f_k)]=S_1 \vee S_2 \vee S_3 \vee S_4 \vee S_5 \vee S_6\,, \qquad (11.4)$$

სადაც $i \neq j \neq k \in [1,3]$.

ზემოთ განხილული მუშაობის რეჟიმი ახასიათებს პარალელურ გამოთვლით რეჟიმში მომუშავე მრავალბირთვიან პროცესორებსა და მრავალპროცესორულ კომპიუტერებს, რობოტიზებულ სისტემებსა და სატრანსპორტო სისტემების „ადამიანი-მანქანის“ ეკიპაჟებს, სპორტულ გუნდებს და ა.შ.

ახლა განვიხილოთ სისტემის სამუშაო რეჟიმის ასეთი შემთხვევა, როდესაც

1) სისტემაზე მინიჭებული ყველა ფუნქცია, რომელიც განაწილებულია მრავალფუნქციურ ელემენტებს შორის, შესაძლებელია შესრულდეს თანმიმდევრობით ან შერეულ (პარალელურ-მიმდევრობით) რეჟიმში;

2) თითოეულ მფე-ს დროის ნებისმიერ მომენტში შეუძლია შეასრულოს მხოლოდ ერთი ფუნქცია თავისი ფუნქციური რესურსებიდან.

ასეთ შემთხვევაში, როდესაც სისტემა აგებულია ფუნქციურად სრული მფე-ებით $n \geq m = k_i > 1,\ i \in [1,m]$, ფუნქციონირების უმოკლესი გზები აღიწერება შემდეგი ლოგიკური ფუნქციით:

$$S_q = a_{i_1}(f_1)\ \&\ a_{i_2}(f_2)\ \&\ \dots\ \&\ a_{i_n}(f_m) = 1, \qquad (11.5)$$

სადაც

$i_1, i_2, \dots, i_n \in [1, n]\ ;\ q \in [1, N_S],$

$N_S = n^m.$

თუ განვიხილავთ სამი 3-ფუნქციური ელემენტისგან შემდგარ მიმდევრობით რეჟიმში ფუნქციონირებად სისტემას, რომელშიც აუცილებლად უნდა იყოს დაცული $\{f_1, f_2, f_3\}$ ფუნქციების თანმიმდევრული შესრულების პირობა, მაშინ მივიღებთ ფუნქციონირების უმოკლეს გზებს, რომელთა რაოდენობა $N_S = 3^3 = 27$.

S_1=$a_1(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_2=$a_1(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_3=$a_1(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_4=$a_1(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_5=$a_1(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_6=$a_1(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_7=$a_1(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_8=$a_1(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_9=$a_1(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_3(f9)$,
S_{10}=$a_2(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_{11}=$a_2(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_{12}=$a_2(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_{13}=$a_2(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_{14}=$a_2(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_{15}=$a_2(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_{16}=$a_2(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_{17}=$a_2(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_{18}=$a_2(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_{19}=$a_3(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_{20}=$a_3(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_{21}=$a_3(f_1)$ & $a_1(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_{22}=$a_3(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_{23}=$a_3(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_{24}=$a_3(f_1)$ & $a_2(f_2)$ & $a_3(f_3)$,
S_{25}=$a_3(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_1(f_3)$,
S_{26}=$a_3(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_2(f_3)$,
S_{27}=$a_3(f_1)$ & $a_3(f_2)$ & $a_3(f_3)$.

ცხადია, როდესაც სისტემა შედგება ფუნქციურად არასრული ელემენტებისგან, მაშინ სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცაში $B(m \times n)$ 1-ის გარდა არის 0-ებიც და ფუნქციონირების გზების რაოდენობა n^m-ზე ნაკლები იქნება. როგორც პარალელური რეჟიმის შემთხვევაში, მიმდევრობით რეჟიმში სისტემების ფუნქციონირების პირობა ასევე აღწერილია ფუნქციონირების უმოკლესი გზებით. უნდა აღინიშნოს, რომ მოცემულ პირობებში სისტემას შეუძლია წარმატებით იმუშაოს მაშინაც კი, როდესაც $n<m$. სისტემების ასეთ კლასს მიეკუთვნება, მაგალითად, საპროექტო ჯგუფი, რომელიც შედგება მრავალფუნქციური სპეციალისტებისგან, რომლებიც დროის გარკვეულ ინტერვალში თანმიმდევრულად ასრულებენ პროექტის მიერ გათვალისწინებულ ამოცანებს.

მფე-ების ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სტრუქტურის მქონე სისტემის მუშაობისუნარიანობის აღწერის ანალიზური ფორმა გვაძლევს საშუალებას მივიღოთ სისტემის საიმედოობის მაჩვენებლების შეფასების ფორმულები ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების გამოყენებით.

განვიხილოთ მაგალითი. ვთქვათ მოცემულია პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირებადი 4-ელემენტიანი სისტემა $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, რომელზეც დაკისრებულია 4 ფუნქციის შესრულება $F=\{f_1,f_2,f_3,f_4\}$, ($n=m=4$). ვთქვათ სისტემა დაკომპლექტებულია ფუნქციურად არასრული მფე-ებით ($n=m>k_i$), რომელთა ფუნქციური რესურსები მოცემულია შემდეგი სიმრავლეებით: $a_1 \rightarrow \{f_1, f_2\}$; $a_2 \rightarrow \{f_3, \mathrm{f}_4\}$; $a_3 \rightarrow \{f_1, f_2, f_3\}$; $a_4 \rightarrow \{f_3, f_4\}$. ასეთი მოცემულობით A სისტემის ფუნქციური რესურსების (0,1) მატრიცას $B(4\times4)$ ექნება შემდეგი სახე, რომლის სტრიქონები

შეესაბამება სისტემაზე დაკისრებულ ფუნქციებს, სვეტები კი – სისტემის ელემენტებს:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{array} \\ B_A(4\times4) = & \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right\| \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{array} \end{array}$$

თითოეული მფე-ს ფუნქციური სიმძლავრე იქნება: $\rho(a_1)=\rho(a_2)=\rho(a_4)=2$, $\rho(a_3)=3$, შესაბამისად, სისტემის ფუნქციური რესურსების საერთო რაოდენობა იქნება $\rho_\Sigma(A)=9$.

სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზები შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგი კონუნქციებით:

$$S_1 = a_1(f_1)\ \&\ a_2(f_3)\ \&\ a_3(f_2)\ \&\ a_4(f_4),$$
$$S_2 = a_1(f_1)\ \&\ a_2(f_4)\ \&\ a_3(f_2)\ \&\ a_4(f_3),$$
$$S_3 = a_1(f_2)\ \&\ a_2(f_3)\ \&\ a_3(f_1)\ \&\ a_4(f_4),$$
$$S_4 = a_1(f_2)\ \&\ a_2(f_4)\ \&\ a_3(f_1)\ \&\ a_4(f_3).$$

T დროის ნებისმიერ t მომენტში A სისტემა შესაძლებელია ფუნქციონირებდეს ერთ-ერთი უმოკლესი გზით $\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$. თითოეული უმოკლესი გზა ჩაიწერება (0,1) მატრიცის სახით, რომლის თითოეულ სტრიქონში და თითოეულ სვეტში მხოლოდ ერთი „1" გვხვდება:

$$B_{S_1}(4\times4) = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \qquad B_{S_2}(4\times4) = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right\|$$

$$B_{S_3}(4\times4) = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \qquad B_{S_4}(4\times4) = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right\|$$

სისტემის ყველა შესაძლო მდგომარეობების სიმრავლე W, რომელსაც ვუწოდებთ უნივერსალურ სიმრავლეს, შეიცავს $N_W = cardW = 2^{\rho_\Sigma}$ ქვესიმრავლეს. უნივერსალური სიმრავლე W შედგება ორი არათანამკვეთი სიმრავლისაგან $R\in W$, $Q\in W$, სადაც R სისტემის მუშა მდგომარეობების სიმრავლეა, Q – არამუშა მდგომარეობების სიმრავლე. ამგვარად R და Q სიმრავლეების გაერთიანება იქნება $R\cup Q=W$, ხოლო თანაკვეთა $R\cap Q=\varnothing$.

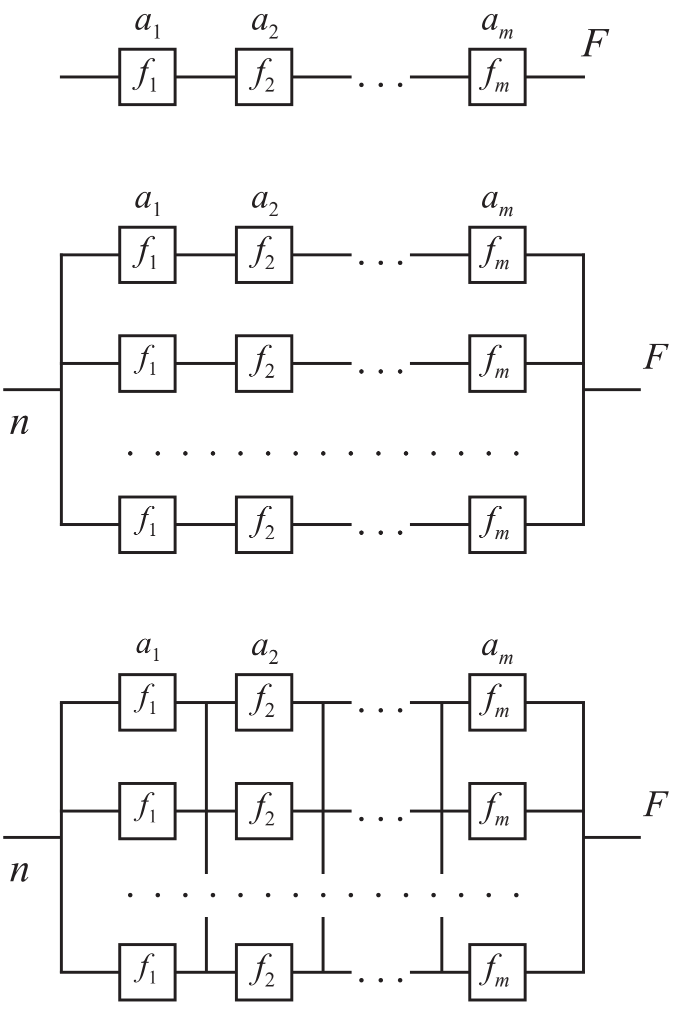
განვიხილოთ სისტემის საიმედოობის შეფასების მოდელები. ვთქვათ სისტემა შედგება მხოლოდ ერთფუნქციური ელემენტებისგან, რომლებსაც შეუძლიათ მხოლოდ მათზე დაკისრებული ერთი განსაზღვრული ფუნქციის შესრულება. თუ ასეთ სისტემაში რომელიმე 1-ფუნქციური ელემენტი $a_j\in A_i$ დაკარგავს მასზე დაკისრებული ფუნქციის $f_j\in F$ შესრულების

უნარს, მაშინ სისტემა გადავა არამუშა მდგომარეობაში. ასეთი სისტემის საიმედოობის შეფასების მოდელი იქნება

$$P_A(F)=\prod_{j=1}^{m_i} p_{a_j}(f_j),$$

სადაც $p_{a_j}(f_j)$ – j-ური ელემენტის მიერ f_j ფუნქციის შესრულების ალბათობაა (სურ. 11.4).

ასეთ სისტემას შეუძლია ფუნქციონირების გაგრძელება თუ სისტემაში შემოვიტანთ სარეზერვო ელემენტებს და მათ ჩავრთავთ რეზერვირების თეორიაში ცნობილი მიმდევ-რობით-პარალელური ან პარალელურ-მიმდევრობითი სქემით (სურ. 11.4).



$$P_0(F)=p_1(f_1)p_2(f_2)\ldots\ p_m(f_m)$$

$$P_{საერთო}=\Sigma(-1)^{j-1}C_m^j\ (p^n)^j$$

$$P_{დანაწ.}=\left[\Sigma(-1)^{j-1}C_n^j p^j\right]^n$$

სურ. 11.4. 1-ფუნქციური ელემენტების ბაზაზე შექმნილი სისტემების საიმედოობის მოდელები

როდესაც სისტემა დაკომპლექტებულია მფე-ებით, მაშინ როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, რომელიმე მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში სისტემაში შესაძლებელია ელემენტების ისეთი ურთიერთშენაცვლების განხორციელება, რომელიც უზრუნველყოფს სისტემის მიერ ყველა დაკისრებული ფუნქციის შესრულებას და წარმატებული ფუნქციონირების გაგრძელებას. ასეთი სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა

განისაზღვრება ყველა მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობების ალბათობების ჯამით:

$$\begin{aligned} P_A(F) &= p_1(f_1, ..., f_{k_1}) \times p_2(f_1, ..., f_{k_2}) \times ... \times p_m(f_1, ..., f_{k_m}) + \\ &+ p_1(f_1, ..., f_{k1}) \times p_2(f_1, ..., f_{k_2}) \times ... \times p_m(f_1, ..., f_{km}') + ... \\ &+ p_1(f_1', ..., f_{k_1}) \times p_2(f_1, ..., f_{k_2}) \times ... \times p_m(f_1, ..., f_{km}) + ... \\ &+ p_1(f_1', ..., f_{k_1}) \times p_2(f_1, f_2', ..., f_{k_2}) \times ... \times p_m(f_1, ..., f_{km}') + ... \\ &+ p_1(f_1, f_2', ..., f_{k_1}') \times p_2(f_1', f_2, ..., f_{k_2}') \times ... \times p_m(f_1', ..., f_{km-1}', f_{km}), \end{aligned} \tag{11.6}$$

სადაც $p_1, p_2, ..., p_m - a_i$, $i \in [1,n]$ ელემენტის მიერ $F=\{f_j / j \in [1,m]\}$ სიმრავლის ყველა ან ნაწილი ფუნქციების შესრულების ალბათობებია გამომდინარე თითოეული მათგანის ფუნქციური შესაძლებლობებიდან $Fa_i=\{f_j / j \in [1,k_i]\}$.

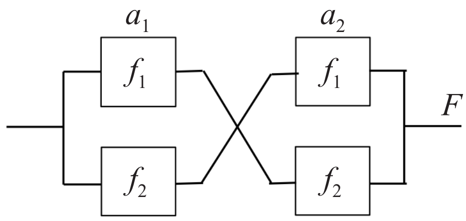
კერძო შემთხვევაში, როდესაც $p_1 = p_2 = ... = p_n = p$ სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბა-თობა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$P_A(F) = \sum_{\gamma=0}^{k_\Sigma} N_L(\gamma) p^\gamma (1-p)^{k_\Sigma - \gamma}, \tag{11.7}$$

სადაც $N_L(\gamma)$ – სისტემის მუშა მდგომარეობების რაოდენობაა γ რაოდენობის მტყუნების პირობებში; p – ელემენტების მუშაობისუნარიანობის ალბათობებია.

სისტემის საიმედოობის შეფასების მოდელი უფრო გასაგები რომ იყოს, მოვიყვანოთ სისტემის მაგალითი სტრუქტურული პარამეტრებით $n = m = k_i = 2$.

ორი 2-ფუნქციური ელემენტით შედგენილი სისტემის საიმედოობის მოდელი მოცემულია სურ. 11.5-ზე:



სურ. 11.5. $n = m = k = 2$ სისტემის საიმედოობის მოდელი

$n = m = k = 2$ სისტემის მუშაობისუნარიანობის ალბათობა (საიმედოობა) იქნება:

$$\begin{aligned} P_A(F) &= p_1(f_1, f_2) \times p_2(f_1, f_2) + p_1(f_1, f_2) \times p_2(f_1, f_2') + \\ &+ p_1(f_1, f_2) \times p_2(f_1', f_2) + p_1(f_1, f_2') \times p_2(f_1, f_2) + p_1(f_1', f_2) \times p_2(f_1, f_2) + \\ &+ p_1(f_1, f_2') \times p_2(f_1', f_2) + p_1(f_1', f_2) \times p_2(f_1, f_2'). \end{aligned} \tag{11.8}$$

როგორც მიღებული შედეგიდან ჩანს, (11.7) ფორმულის თითოეულ შესაკრებში, სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის შესაბამისად, სხვადასხვა კომბინაციით ფიგურირებს $\{f_1, f_2\}$ ფუნქციების ერთდროულად შესრულება ორივე მფე-ს ფუნქციონირების პირობებში. შესაბამისად, სისტემები მფე-ების ბაზაზე ხასიათდებიან მაღალი საიმედოობით და მოქნილობით, ვინაიდან ელემენტების ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში მფე-ებს შორის ფუნქციების ხელახალი გადანაწილებით სისტემას შეუძლია განაგრძოს ფუნქციონირება.

დავალება 11

თეორიული საკითხები:

1. ჩამოთვალეთ სისტემების მუშაობის რეჟიმები და ააგეთ შესაბამისი დროითი გრაფიკები.
2. ჩამოწერეთ მფე-ს ბაზაზე დაკომპლექტებული სისტემის სტრუქტურული პარამეტრები.
3. სტრუქტურის მოქნილობის მიხედვით შეადარეთ ერმანეთს ერთფუნქციური და მრავალფუნქციური ელემენტებით დაკომპლექტებული სისტემები.
4. ჩამოთვალეთ 1-ფუნქციური ელემენტებით დაკომპლექტებული სისტემების კლასები და ქვეკლასები.
5. ჩამოთვალეთ მფე-ებით დაკომპლექტებული სისტემების კლასები და ქვეკლასები.
6. ჩამოთვალეთ მფე-ების ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სისტემის ეფექტიანობის მოდელის შემადგენელი კომპონენტები.
7. დაწერეთ მფე-ების ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის ტექსტური აღწერა სისტემის პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირების პირობებში.
8. დაწერეთ მფე-ების ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზებისა და მუშაობისუნარიანობის პირობის ზოგადი ლოგიკური ფუნქცია.
9. დაწერეთ მფე-ების ბაზაზე გადაწყობადი სისტემის საიმედოობის შეფასების ზოგადი ფორმულა:
   ა) ელემენტების უმტყუნობის სხვადასხვა ალბათობებისთვის;
   ბ) ელემენტების უმტყუნობის ერთნაირი ალბათობებისთვის.

პრაქტიკული დავალება:

10. დაწერეთ $n = m = 4,\ 1 < k_j < 4,\ j \in [1,4]$ სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზებისა და მუშაობისუნარიანობის პირობის ლოგიკური ფუნქციები თუ $a_1 \to \{f_1, f_3\}$; $a_2 \to \{f_2, f_3, f_4\}$; $a_3 \to \{f_1, f_2, f_3\}$; $a_4 \to \{f_2, f_4\}$.
11. შეადგინეთ მე-10 დავალებაში მოცემული სისტემის (0,1) მატრიცა.
12. შეადგინეთ მე-10 დავალებაში მოცემული სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების (0,1) მატრიცები.
13. (11.7) ფორმულის საფუძველზე დაწერეთ $n = m = k = 2$ სისტემის საიმედოობის გამოსათვლელი ფორმულა ელემენტების უმტყუნობის ერთნაირი ალბათობებისთვის.
14. დაწერეთ $n = m = k = 2$ სისტემის მტყუნების ალბათობის გამოსათვლელი ზოგადი ფორმულა ელემენტების უმტყუნობის განსხვავებული ალბათობებისთვის.

თავი 12.
გადაწყობადი სისტემების სტრუქტურული ანალიზი

12.1. რთული სისტემების სტრუქტურული ანალიზი

რთული გადაწყობადი სისტემების ეფექტიანობის მაჩვენებლების კომპლექსური შეფასებისთვის გამოიყენება ისეთ კრიტერიუმები, როგორებიცაა: მუშაობისუნარიანობა, მოქნილობა, მტყუნებამდგრადობა, სტრუქტურის სრულყოფილება:

$$E_S = \{P_A(F), N_S, g_A(\gamma), \eta_A\},$$

სადაც, $P_A(F)$ – სისტემის საიმედოობის (მუშაობისუნარიანობის, უმტყუნობის) მაჩვენებელია, რომელიც სისტემის მუშაობისუნარიანობის ანუ სისტემის უმტყუნოდ ფუნქციონირების ალბათობით გაიზომება;

N_S – სისტემის სტრუქტურის მოქნილობის მაჩვენებელია, რომელიც სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების რაოდენობას ანუ მრავალფუნქციურ ელემენტებს შორის ფუნქციათა განაწილების ვარიანტების რაოდენობას გვიჩვენებს;

$g_A(\gamma)$ – სისტემის მტყუნებამდგრადობის მაჩვენებელია, სადაც γ – სისტემის ფუნქციონირების პროცესში ელემენტების მიერ „დაკარგული“ ფუნქციური რესურსების რაოდენობაა, ანუ იმ ფუნქციების რაოდენობაა, რომელთა შესრულების უნარიც დაკარგეს ელემენტებმა სისტემის ფუნქციონირების პროცესში.

η_A – სისტემის სტრუქტურული სრულყოფილების მაჩვენებელია, რომელიც სისტემის მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობათა რაოდენობის (R) წილს გვიჩვენებს ყველა შესაძლო მდგომარეობათა რაოდენობასთან (Ω) და გამოითვლება მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობათა რაოდენობის შეფარდებით ყველა შესაძლო მდგომარეობათა რაოდენობასთან:

$$\eta_A = R/\Omega, \quad \eta_A \in [0,1].$$

სტრუქტურის ეფექტიანობის მახასიათებლების კომპლექსის განხილვის აუცილებლობა განპირობებულია იმით, რომ მარტო ერთი ან ორი მახასიათებელი ვერ იძლევა სისტემის სტრუქტურის ეფექტიანობის სრულ სურათს. მაგალითად, თუ შევადარებთ ორი სისტემის A_1-ის და A_2-ის მახასიათებლებს, შესაძლებელია, რომ ადგილი ჰქონდეს შემთხვევას $P_{A_1}(F) > P_{A_2}(F)$, მაშინ როცა $\eta_{A_1} < \eta_{A_2}$.

ზემოთ ჩამოთვლილი მახასიათებლების შეფასების მოდელების აგება წარმოებს მათემატიკური კომბინატორიკის, ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების, ალბათობის თეორიის, გრაფთა თეორიის, სისტემათა რეკურენტულობის თვისებისა და სხვა მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით.

სისტემის ეფექტიანობის ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი მახასიათებელია სისტემის საიმედოობა, რომლის რაოდენობრივი შეფასება მიიღება სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობით $P_A\{F(x)=1\}$, რომელიც გამოითვლება ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების გამოყენებით სისტემის მუშაობისუნარიანობის ლოგიკური ფუნქციის $F(x)$-ის ჭეშმარიტების ალბათობით.

მფე-ების ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სისტემის საიმედოობის შეფასების მოდელის აგება საკმაოდ რთული ამოცანაა, ვინაიდან ასეთი სისტემის სტრუქტურა არ აღიწერება კლასიკური მიმდევრობითი, პარალელურ-მიმდევრობითი ან მიმდევრობით-პარალელური სქემებით. შესაბამისად, ასეთი სისტემა მიეკუთვნება რთული სტრუქტურის სისტემათა კლასს. როგორც ზემოთ არაერთხელ იქნა ნაჩვენები, ასეთი ტიპის სისტემების სტრუქტურული საიმედოობის შეფასების მოდელის ასაგებად მიზანშეწონილია რომელიმე ლოგიკურ-ალბათური მეთოდის გამოყენება.

განვიხილოთ მაგალითი. ორთოგონალიზაციის ალგორითმის გამოყენებით გამოვთვალოთ $A=\{a_1, a_2, a_3\}$ სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობა სისტემის მუშაობისუნარიანობის ლოგიკური ფუნქციის $F(x)$-ის ჭეშმარიტების ალბათობით:

$$P\{F_A(x_1, ..., x_n) = 1\} = P\{\vee S_i = 1\}. \qquad (12.1)$$

თავდაპირველად ორთოგონალიზაციის ალგორითმის გამოყენებით მივიღოთ $n=m=k_i=3$ სისტემის საიმედოობის შეფასების პოლინომი, შემდგომ კი ეს მეთოდი განვავრცოთ $n=m=3$, $0\leq k_i\leq 3$ კლასის სისტემებზე.

$n=m=k_i=3$ სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცაში $B_A(3\times 3)$ შემოვიღოთ სტრუქტურული ელემენტების აღნიშვნები: $a_1(f_1) = x_1$, $a_1(f_2)=x_2$, $a_1(f_3) = x_3$, $a_2(f_1) = x_4$, $a_2(f_2) = x_5$, $a_2(f_3)=x_6$, $a_3(f_1)=x_7$, $a_3(f_2)=x_8$, $a_3(f_3)=x_9$.

ლოგიკური ცვლადები $\{x_1, x_2, ..., x_9\}$ წარმოადგენენ სისტემის უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობის შეფასების პირობით ელემენტებს, ვინაიდან რეალურად სისტემაში სამი 3-ფუნქციური ელემენტი გვაქვს – a_1, a_2 და a_3. ლოგიკური ელემენტები $\{x_1, x_2, ..., x_9\}$ კი შეესაბამებინ მათ ფუნქციურ შესაძლებლობებს (ფუნქციურ რესურსებს). შემოღებული აღნიშვნებით მატრიცა $B_A(3\times 3)=[a_i(f_j)]$ ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$B_A(3\times 3) = \begin{array}{c c} \begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \end{array} & \\ \left\| \begin{array}{ccc} x_1 & x_4 & x_7 \\ x_2 & x_5 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{array} \right\| & \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{array} \end{array}$$

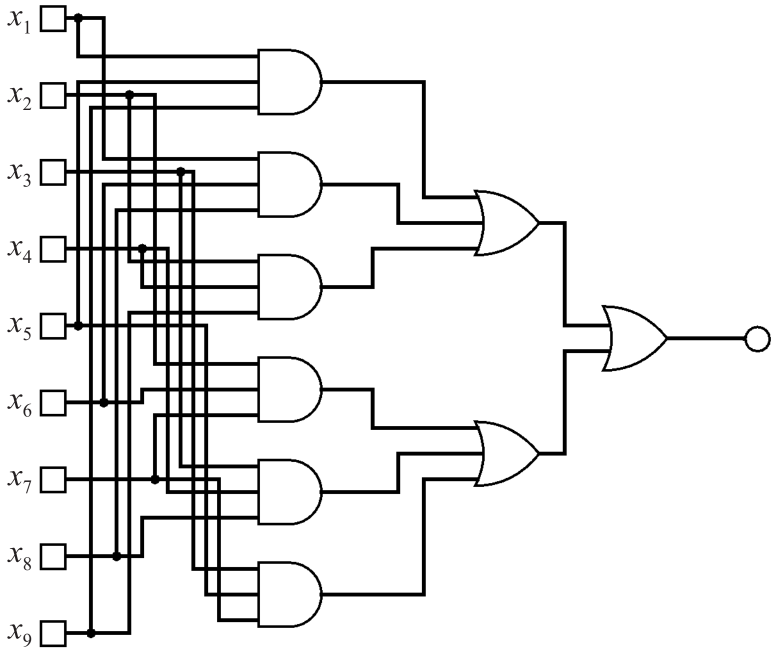
პარარელურ რეჟიმში ფუნქციონირებადი $n=m=k_i=3$ სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზები (11.1)-ის მიხედვით იქნება:

$$\begin{aligned} S_1 &= x_1 x_5 x_9, \\ S_2 &= x_1 x_6 x_8, \\ S_3 &= x_2 x_4 x_9, \\ S_4 &= x_2 x_6 x_7, \\ S_5 &= x_3 x_4 x_8, \\ S_6 &= x_3 x_5 x_7. \end{aligned} \qquad (12.2)$$

$n=m=k_i=3$ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა ჩაიწერება ლოგიკური ფუნქციით, რომელიც წარმოადგენს უმოკლესი გზების $\{S_1, S_2, ..., S_6\}$ დიზუნქციას:

$$F_A(x_1, ..., x_9)= S_1\vee S_2\vee ...\vee S_6. \qquad (12.3)$$

(12.1)-დან და (12.2)-დან გამომდინარე $n=m=k_i=3$ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის ლოგიკურ სქემას ექნება შემდეგი სახე (სურ. 12.1):



სურ. 12.1. $n=m=k_i=3$ სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობის ლოგიკური სქემა

ორთოგონალიზაციის ალგორითმის გამოყენებით ფუნქცია $F_A(x_1, ..., x_9)$ გარდავქმნათ ორთოგონალურ დიზუნქციურ ნორმალურ ფორმად (ოდნფ):

$$F_A = S_1 \vee S_2 \vee \ldots \vee S_6 = \begin{array}{l} S_1 \\ S_1' \; S_2 \\ S_1' \; S_2' \; S_3 \\ S_1' \; S_2' \; S_3' \; S_4 \\ S_1' \; S_2' \; S_3' \; S_4' \; S_5 \\ S_1' \; S_2' \; S_3' \; S_4' \; S_5' \; S_6 \end{array} \tag{12.4}$$

ელემენტარული S კონიუნქციების უარყოფები გამოვსახოთ ისეთი დიზუნქციების სახით, რომლის წევრები წყვილ-წყვილად ორთოგონალურია:

$$S_1' = \begin{array}{l} x_1' \\ x_5' \\ x_9' \end{array} = \begin{array}{l} x_1' \\ x_1 x_5' \\ x_1 x_5 x_9' \end{array} \qquad S_2' = \begin{array}{l} x_1' \\ x_6' \\ x_8' \end{array} = \begin{array}{l} x_1' \\ x_1 x_6' \\ x_1 x_6 x_8' \end{array} \qquad S_3' = \begin{array}{l} x_2' \\ x_4' \\ x_9' \end{array} = \begin{array}{l} x_2' \\ x_2 x_4' \\ x_2 x_4 x_9' \end{array}$$

$$S_4' = \begin{array}{l} x_2' \\ x_6' \\ x_7' \end{array} = \begin{array}{l} x_2' \\ x_2 x_6' \\ x_2 x_6 x_7' \end{array} \qquad S_5' = \begin{array}{l} x_3' \\ x_4' \\ x_8' \end{array} = \begin{array}{l} x_3' \\ x_3 x_4' \\ x_3 x_4 x_8' \end{array} \qquad S_6' = \begin{array}{l} x_3' \\ x_5' \\ x_7' \end{array} = \begin{array}{l} x_3' \\ x_3 x_5' \\ x_3 x_5 x_7' \end{array} \tag{12.5}$$

(12.5) ჩავსვათ (12.4)-ში, ლოგიკური ოპერაციების გამოყენებით მივიღებთ შემდეგი სახის ოდნფ-ს:

$x_1 x_5 x_9$	$x_1 x_2 x_4' x_5 x_6 x_7 x_8' x_9'$	$x_1' x_2' x_3 x_4 x_5 x_7 x_8'$
$x_1 x_5' x_6 x_8$	$x_1 x_2 x_4 x_5 x_6 x_8' x_9'$	$x_1' x_2 x_3 x_4' x_5 x_6' x_7'$
$x_1 x_5 x_6 x_8 x_9'$	$x_1' x_2' x_3 x_4 x_8$	$x_1' x_2 x_3 x_4 x_5 x_6' x_7 x_8' x_9'$
$x_1' x_2 x_4 x_9$	$x_1' x_2 x_3 x_4 x_6' x_8 x_9'$	$x_1 x_2' x_3 x_4' x_5 x x_6' x_7 x_9'$
$x_1 x_2 x_4 x_5' x_6' x_9$	$x_1' x_2 x_3 x_4 x_6 x_7' x_8 x_9'$	$x_1 x_2' x_3 x_4 x_5 x_6' x_7 x_8' x_9$
$x_1 x_2 x_4 x_5' x_6 x_8' x_9$	$x_1 x_2' x_3 x_4 x_5' x_6' x_8$	$x_1 x_2 x_3 x_4' x_5 x_6' x_7 x_9'$
$x_1' x_2 x_4' x_6 x_7$	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5' x_6' x_8 x_9'$	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6' x_7 x_8' x_9'$
$x_1' x_2 x_4 x_6 x_7 x_9'$	$x_1 x_2' x_3 x_4 x_5 x_6' x_8 x_9'$	$x_1 x_2' x_3 x_4' x_5 x_6 x_7 x_8' x_9'$
$x_1 x_2 x_4' x_5' x_6 x_7 x_8'$	$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6' x_8 x_9'$	$x_1 x_2' x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8' x_9'$
$x_1 x_2 x_4 x_5' x_6 x_7 x_8' x_9'$	$x_1' x_2' x_3 x_4' x_5 x_7$	

მიღებულ ოდნფ-ში ლოგიკური ელემენტები ჩავანაცვლოთ ალბათობებით, ლოგიკური ოპერაციები კი მათემატიკური ოპერაციებით, ალბათობების ტოლობის დაშვებით მივიღებთ:

$$
\begin{aligned}
P\{FA{=}1\} &= p^3 + (1-p)p^3 + (1-p)p^4 + (1-p)p^3 + (1-p)p^4 + (1-p)p^5 + (1-p)^2p^3 + \\
&+ (1-p)^2p^4 + (1-p)^3p^4 + (1-p)^3p^5 + (1-p)^3p^3 + (1-p)^2p^5 + (1-p)^2p^3 + \\
&+ (1-p)^3p^4 + (1-p)p^5 + (1-p)^3p^4 + (1-p)^3p^5 + (1-p)^3p^5 + (1-p)^2p^6 + \\
&+ (1-p)^3p^3 + (1-p)^3p^4 + (1-p)^3p^4 + (1-p)^4p^5 + (1-p)^4p^4 + (1-p)^4p^5 + \\
&+ (1-p)^3p^5 + (1-p)^3p^6 + (1-p)^4p^5 + (1-p)^3p^6 = \\
&= 6p^3 - 9p^5 - 6p^6 + 18p^7 - 9p^8 + p^9.
\end{aligned}
$$

ორთოგონალიზაციის ალგორითმის გამოყენებით განვახორციელეთ $n=m=3$ და $k_i \in [0,3]$ სისტემის სტრუქტურული საიმედოობის გამოკვლევა k-ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის $(0 \le k_i \le 3)$, რომლის შედეგები მოცემულია ცხრილში 12.1.

ცხრილი 12.1

№	k_0	მატრიცაში 0-ის განლაგების კონფიგურაციების რაოდენობა	სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცა	ფუნქციონირების უმოკლესი გზები	სტრუქტურის საიმედოობის შეფასების პოლინომი
1	2	3	4	5	6
1	0	1	$x_1 x_4 x_7$ $x_2 x_5 x_8$ $x_3 x_6 x_9$	$S_1 = x_1 x_5 x_9$ $S_2 = x_1 x_6 x_8$ $S_3 = x_2 x_4 x_9$ $S_4 = x_2 x_6 x_7$ $S_5 = x_3 x_4 x_8$ $S_6 = x_3 x_5 x_7$	$P_1\{F_A = 1\} = 6p^3 - 9p^5 -$ $-6p^6 + 18p^7 - 9p^8 + p^9$
2	1	9	$0\, x_4 x_7$ $x_2 x_5 x_8$ $x_3 x_6 x_9$	$S_1 = x_2 x_4 x_9$ $S_2 = x_2 x_6 x_7$ $S_3 = x_3 x_4 x_8$ $S_4 = x_3 x_5 x_7$	$P_2\{F_A = 1\} = 4p^3 - 4p^5 -$ $-2p^6 + 4p^7 - p^8$

1	2	3	4	5	6
3	2	18	$\begin{matrix} 0 & x_4 & x_7 \\ x_2 & 0 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_4 x_9$ $S_2 = x_2 x_6 x_7$ $S_3 = x_3 x_4 x_8$	$P_3\{F_A = 1\} = 3p^3 - 2p^5 -$ $- p^6 + p^7$
		18	$\begin{matrix} 0 & 0 & x_7 \\ x_2 & x_5 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_6 x_7$ $S_2 = x_3 x_5 x_7$	$P_4\{F_A = 1\} = 2p^3 - p^5$
4	3	6	$\begin{matrix} 0 & x_4 & x_7 \\ x_2 & x_5 & 0 \\ x_3 & 0 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_4 x_9$ $S_2 = x_3 x_5 x_7$	$P_5\{F_A = 1\} = 2p^3 - p^6$
		36	$\begin{matrix} 0 & 0 & x_7 \\ x_2 & x_5 & 0 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_6 x_7$ $S_2 = x_3 x_5 x_7$	$P_6\{F_A = 1\} = 2p^3 - p^5$
		36	$\begin{matrix} 0 & 0 & x_7 \\ x_2 & 0 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_6 x_7$	$P_7\{F_A = 1\} = p^3$
		6	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ x_2 & x_5 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S = 0$	$P_8\{F_A = 1\} = 0$
5	4	45	$\begin{matrix} 0 & 0 & x_7 \\ x_2 & x_5 & 0 \\ x_3 & x_6 & 0 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_6 x_7$ $S_2 = x_3 x_5 x_7$	$P_9\{F_A = 1\} = 2p^3 - p^5$
		45	$\begin{matrix} 0 & 0 & x_7 \\ x_2 & 0 & 0 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_2 x_6 x_7$	$P_{10}\{F_A = 1\} = p^3$
		36	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S = 0$	$P_{11}\{F_A = 1\} = 0$
6	5	81	$\begin{matrix} 0 & x_4 & x_7 \\ 0 & 0 & x_8 \\ x_3 & 0 & 0 \end{matrix}$	$S_1 = x_3 x_4 x_8$	$P_{12}\{F_A = 1\} = p^3$
		45	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_8 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S = 0$	$P_{13}\{F_A = 1\} = 0$
7	6	6	$\begin{matrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_5 & 0 \\ 0 & 0 & x_9 \end{matrix}$	$S_1 = x_1 x_5 x_9$	$P_{14}\{F_A = 1\} = p^3$
		78	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ x_3 & x_6 & x_9 \end{matrix}$	$S = 0$	$P_{15}\{F_A = 1\} = 0$
8	7, 8, 9	. . .	. . .	$S = 0$	$P\{F_A = 1\} = 0$

ცხრილში 12.2 მოცემულია $n = m = 3,\ k \le 3$ სისტემების სტრუქტურული საიმედოობის მნიშვნელობები პირობითი ელემენტების ალბათობების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის ცხრილი 12.1-ში მიღებული პოლინომების მიხედვით.

ცხრილი 12.2

$P(F)/p(f)$	0.70	0.80	0.85	0.90	0.95
$P_1(F)$	0.8434	0.9492	0.9781	0.9935	0.9992
$P_2(F)$	0.7362	0.8841	0.9372	0.9739	0.9941
$P_3(F)$	0.6576	0.8282	0.8984	0.9529	0.9878
$P_4(F)$	0.5179	0.6963	0.7845	0.8675	0.9410
$P_5(F)$	0.5683	0.7619	0.8511	0.9266	0.9797
$P_6(F)$	0.5179	0.6963	0.7845	0.8675	0.9479
$P_7(F)$	0.3430	0.5120	0.6141	0.7290	0.8574

გავაანალიზოთ მიღებული შედეგები:

1. სტრუქტურის პარამეტრების n და m ერთნაირი მნიშვნელობების პირობებში სისტემის სტრუქტურული საიმედოობა დამოკიდებულია ფუნქციური რესურსების რაოდენობაზე k_S:

ა) როდესაც $k_\Sigma \in [0, n-1]$, $P_A(F)=0$;

ბ) რაც უფრო მეტია k_S მით უფრო მეტია $P_A(F)$-ის მნიშვნელობა და ის აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას, როდესაც $k_\Sigma = nm$, ანუ როდესაც სისტემა შედგება ფუნქციურად სრული მფე-ებისგან.

2. როდესაც სისტემა შედგება ფუნქციურად არასრული ელემენტებისაგან ($n \le k_S < nm$), სისტემის სტრუქტურული საიმედოობა დამოკიდებულია ელემენტებს შორის ფუნქციური რესურსების განაწილების სქემაზე (δ_S). ეს თავისებურება ართულებს ოპტიმალური სტრუქტურის სისტემის ფორმირებას და მისი გათვალისწინება აუცილებელია სისტემის დაპროექტების პროცესში.

3. n, m და k_Σ პარამეტრების ერთდროულად გაზრდის შემთხვევაში მფე-ს ბაზაზე გადაწყობადი სისტემის უმტყუნოდ ფუნქციონირების ალბათობა $P_A(F)$ იზრდება, განსხვავებით ერთფუნქციური ელემენტებისაგან დაკომპლექტებული სისტემისაგან, როდესაც $P_A(F)$ კლებულობს n და m-ის პარამეტრების გაზრდით.

ცხრილში 12.3 შედარებითი ანალიზისთვის მოცემულია მრავალფუნქციური ელემენტების ბაზაზე დაკომპლექტებული სისტემებისა და ერთფუნქციური ელემენტების ბაზაზე დაკომპლექტებული სხვადასხვა კლასის სისტემების სტრუქტურული ელემენტების ალბათობები.

ცხრილი 12.3

$p_a(f)$	სისტემათა კლასები	$P_{A1} \approx 0.70$	$P_{A2} \approx 0.80$
p_a	$n=m=k=2$	0.68	0.76
	$n=m=k=3$	0.62	0.67
	$n=m=k=4$	0.56	0.62
	$n=m=k=5$	0.51	0.60
p_a*	$n=m=2,\ k=1$	0.84	0.89
	$n=m=3,\ k=1$	0.89	0.93
	$n=m=4,\ k=1$	0.92	0.95
	$n=m=5,\ k=1$	0.93	0.96
$p_{a\text{ საერთო რეზერვ.}}$	$m=2,\ k=1,\ n=4$	0.68	0.75
	$m=3,\ k=1,\ n=9$	0.69	0.76
	$m=4,\ k=1,\ n=16$	0.72	0.78
	$m=5,\ k=1,\ n=25$	0.76	0.79
$p_{a\text{ დანაწ. რეზერვ.}}$	$m=2,\ k=1,\ n=4$	0.61	0.66
	$m=3,\ k=1,\ n=9$	0.54	0.58
	$m=4,\ k=1,\ n=16$	0.46	0.53
	$m=5,\ k=1,\ n=25$	0.42	0.52

შედარებითი ანალიზის მიზნით ცხრილში 12.3 მოყვანილია ელემენტების როგორი საიმედოობით $p_a(f)$ შეიძლება სისტემის წინასწარ მოცემული საიმედოობის $P_A(F)$ უზრუნველყოფა სხვადასხვა სტრუქტურის მქონე სისტემებისთვის. მაგალითად, როგორი უნდა იყოს ელემენტის საიმედოობა $p_a(f)$, რომ მიღწეული იქნას სისტემის საიმედოობა $P_A(F)$=0.70 და $P_A(F)$=0.80,

როდესაც სისტემა შედგება ფუნქციურად სრული ელემენტებისგან და $n, m, k \in \{2,3,4,5\}$;

როდესაც სისტემა შედგება ერთფუნქციური ელემენტებისგან (k=1) და $n, m, k \in \{2,3,4,5\}$;

როდესაც ერთფუნქციური ელემენტებისგან დაკომპლექტებულ სისტემას გააჩნია რეზერვირების საერთო (მიმდევრობით-პარალელური) და დანაწილებული (პარარელურ-მიმდევრობითი) სქემები.

ცხრილიდან 12.3 ვასკვნით, რომ:

1. ელემენტების საიმედოობაზე მოთხოვნებით ფუნქციურად სრული ელემენტებით დაკომპლექტებულ სისტემას უჭირავს შუალედური მდგომარეობა საერთო და დანაწილებული რეზერვირების სისტემებს შორის.

2. რაც უფრო მეტი მრავალფუნქციური ელემენტია სისტემაში და რაც უფრო მეტია მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი, მით ნაკლებია მოთხოვნები თითოული ფუნქციის შესრულების ალბათობაზე.

3. საერთო (მიმდევრობით-პარალელური) და დანაწილებული (პარალელურ-მიმდევრობითი) რეზერვირების შემთხვევაში ფუნქციური ელემენტების რაოდენობა m-ჯერ მეტია ფუნქციურად სრული მრავალფუნქციური ელემენტებით დაკომპლექტებულ სისტემასთან შედარებით, ანუ ამ შემთხვევაში სისტემაში ადგილი აქვს ელემენტების სიჭარბეს, რაც მას არაეკონომიურს ხდის.

12.2. სისტემების შედარებითი სტრუქტურული ანალიზი

განვიხილოთ სისტემა $A=\{a_1, a_2, a_3\}$, რომელსაც დროის მოცემულ ინტერვალში დაკისრებული აქვს $F=\{f_1,f_2,f_3\}$ ფუნქციის შესრულება. მოვახდინოთ შედარებითი სტრუქტურული ანალიზი სისტემების განსხვავებული ფუნქციური რესურსების შემთხვევაში. განვიხილოთ 4 შემთხვევა:

$$A_1 = \begin{array}{c} \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \\ \begin{Vmatrix} 0.98 & 0 & 0 \\ 0 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 0.98 \end{Vmatrix} \end{array} \qquad A_3 = \begin{array}{c} \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \\ \begin{Vmatrix} 0.98 & 0 & 0.98 \\ 0.98 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0.98 & 0.98 \end{Vmatrix} \end{array}$$

$$A_2 = \begin{array}{c} \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \\ \begin{Vmatrix} 0.98 & 0.98 & 0.98 \\ 0.98 & 0.98 & 0 \\ 0 & 0 & 0.98 \end{Vmatrix} \end{array} \qquad A_4 = \begin{array}{c} \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \\ \begin{Vmatrix} 0.98 & 0.98 & 0.98 \\ 0.98 & 0.98 & 0.98 \\ 0.98 & 0.98 & 0.98 \end{Vmatrix} \end{array}$$

ცხრილში 12.4 მოცემულია A_1, A_2, A_3 და A_4 განსხვავებული სტრუქტურის მქონე სისტემების ელემენტების მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტები, ელემენტების მუშაობისუნარიანობის ალბათობები, სისტემის მუშაობისუნარიანობის ალბათობები და სტრუქტურის სრულყოფილების მაჩვენებლები.

ცხრილი 12.4

შეფასების კრიტერიუმები	A_1	A_2	A_3	A_4
ელემენტების მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი	0	0,333333	0,333333	0,666667
ელემენტების მუშაობისუნარიანობის ალბათობა	0,98	0,9996	0,9996	0,999992
სისტემის უმტყუნობის ალბათობა	0,941192	0,978463	0,996542	0,999951
სისტემის სტრუქტურული სრულყოფილების კოეფიციენტი	0,125	0,21875	0,234375	0,482419

სისტემა A_1 შედგება ერთფუნქციური ელემენეტებისგან, რომელშიც რომელიმე ერთი ელემენტის ნაწილობრივი მტყუნებაც კი იწვევს მის სრულ მტყუნებას, რაც საბოლოო ჯამში იწვევს სისტემის მტყუნებას. ელემენტის არააღდგენადი მტყუნების შემთხვევაში, სისტემის ფუნქციონირების გაგრძელების მიზნით, აუცილებელია სისტემაში სარეზერვო ელემენტის შემოტანა.

საინტერესოა A_2 და A_3 სისტემების შედარება, რომლებიც შედგებიან ფუნქციურად არასრული ელემენტებისგან და ერთი შეხედვით თითქმის არ განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან. A_2 და A_3 სისტემებში ყოველ მრავალფუნქციურ ელემენტს შეუძლია F სიმრავლის ორი ფუნქციის შესრულება ერთნაირი ალბათობით $p_a(f)$=0,98. ორივე სისტემას გააჩნია ფუნქციონირების ორი უმოკლესი გზა (N_S=2), თუმცა მათი სტრუქტურული საიმედოობა საკმაოდ განსხვავებულია – $P(A_2)$=0.978463, $P(A_3)$=0.996542. ერთადერთი განსხვავება A_2 და A_3 სისტემებში არის a_2 ელემენტებს შორის ფუნქციური რესურსების განაწილება – A_2 სისტემაში a_2 ელემენტს შეუძლია f_1 და f_2 ფუნქციების შესრულება, A_3 სისტემაში კი – f_2 და f_3-ის.

იმის გასარკვევად თუ რატომ იწვევს A_2 და A_3 სისტემების სტრუქტურებში ასეთი „უმნიშვნელო“ განსხვავება მათი სტრუქტურული საიმედოობების საკმაოდ მნიშვნელოვან განსხვავებას, განვიხილოთ მათი ფუნქციონირების უმოკლესი გზები:

A_2 სისტემას შეუძლია ფუნქციონირება შემდეგი ორი უმოკლესი გზით:

$$S_1(A_2) = a_1(f_1) \ \& \ a_2(f_2) \ \& \ a_3(f_3),$$
$$S_2(A_2) = a_1(f_2) \ \& \ a_2(f_1) \ \& \ a_3(f_3).$$

A_3 სისტემას კი შეუძლია ფუნქციონირება შემდეგი უმოკლესი გზებით:

$$S_1(A_3) = a_1(f_1) \ \& \ a_2(f_2) \ \& \ a_3(f_3),$$
$$S_2(A_3) = a_1(f_2) \ \& \ a_2(f_3) \ \& \ a_3(f_1).$$

A_2 სისტემაში $S_1(A_2)$ და $S_2(A_2)$ გზები შეიცავენ ერთი და იმავე სტრუქტურულ ელემენტს $a_3(f_3)$, რაც იმას ნიშნავს, რომ a_3 ელემენტის მიერ f_3 ფუნქციის შესრულების უნარის დაკარგვის შემთხვევაში სისტემა მთლიანად კარგავს ფუნქციონირების უნარს. ამ შემთხვევაში a_3 ელემენტის ფუნქციური რესურსი $a_3(f_1)$ გამოუყენებელი რჩება და a_3 ელემენტი ფაქტიურად გვევლინება როგორც ერთფუნქციური ელემენტი. სწორედ ამ გარემოებით არის განპირობებული A_2 სისტემის დაბალი საიმედოობა A_3 სისტემასთან შედარებით. A_3 სისტემის $S_1(A_3)$ და $S_2(A_3)$ ფუნქციონირების უმოკლეს გზებში ყველა სტრუქტურული ელემენტი განსხვავებულია და ნებისმიერი ელემენტის მიერ ნებისმიერი ფუნქციის დაკარგვის შემთხვევაში შესაძლებელია ელემენტების ურთიერთშენაცვლების განხორციელება და სისტემის მიერ წარმატებული ფუნქციონირების გაგრძელება.

A_2 და A_3 სისტემების სტრუქტურების შედარება გვიჩვენებს, რომ ყველა სხვა დანარჩენ ერთნაირ პირობებში სტრუქტურული საიმედოობა დამოკიდებულია ფუნქციური რესურსების δ_S განაწილების სქემაზე, რაც გათვალისწინებული უნდა იქნას სისტემის დაკომპლექტების ადრეულ ეტაპზე.

A_4 სისტემას, რომელიც დაკომპლექტებულია ფუნქციურად სრული ელემენტებისგან, გააჩნია ფუნქციონირების 6 უმოკლესი გზა, რომლებიც შეიცავენ ორ-ორ ერთნაირ სტრუქტურულ ელემენტებს.

$$S_1=a_1(f_1)\ \&\ a_2(f_2)\ \&\ a_3(f_3),$$
$$S_2=a_1(f_1)\ \&\ a_2(f_3)\ \&\ a_3(f_2),$$
$$S_3=a_1(f_2)\ \&\ a_2(f_1)\ \&\ a_3(f_3),$$
$$S_4=a_1(f_2)\ \&\ a_2(f_3)\ \&\ a_3(f_1),$$
$$S_5=a_1(f_3)\ \&\ a_2(f_1)\ \&\ a_3(f_2),$$
$$S_6=a_1(f_3)\ \&\ a_2(f_2)\ \&\ a_3(f_1).$$

რომელიმე ელემენტის ნაწილობრივი მტყუნება იწვევს ერთდროულად ორი გზის გამოთიშვას, მაგრამ სისტემას გააჩნია მანევრირების თვისება და მასში ელემენტების ურთიერთშენაცვლების სწორად განხორციელების შემთხვევაში შესაძლებელია სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების გაგრძელება.

ოთხი განხილული სისტემის სტრუქტურულმა ანალიზმა დაგვანახა, რომ A_4 სისტემა ეფექტიანობის ყველა მაჩვენებლით აღემატება სხვა დანარჩენ განხილულ სისტემებს (იხილეთ ცხრილი 12.4), მაგრამ ისიც გასათვალისწინებელია, რომ როდესაც სისტემაში ელემენტებისა და ფუნქციების რაოდენობა დიდია (მაგალითად, n, m>10), რთულია სისტემის დაკომპლექტება ფუნქციურად სრული ელემენტებისგან (მაგალითად, ადამიანი-ოპერატორის მიერ ფუნქციათა ათვისების უნარი შეზღუდულია, ასევე რთულია ტექნიკურ ელემენტებში ფუნქციური რესურსების გაზრდა). ამიტომ პრაქტიკაში A_2 და A_3-ის მსგავსი სისტემები უფრო ხშირად გვხვდება, რომლებშიც მნიშვნელოვანია ელემენტებს შორის ფუნქციური შესაძლებლობების განაწილების ოპტიმალური ამოცანის გადაჭრა.

დავალება 12

თეორიული საკითხები:

1. ჩამოთვალეთ მფე-ს ბაზაზე გადაწყობადი სისტემების სტრუქტურული ეფექტიანობის მაჩვენებლები.
2. დაწერეთ რა კრიტერიუმებით წარმოებს თითოეული ეფექტიანობის მაჩვენებლის რაოდენობრივი შეფასება.
3. რომელი მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით წარმოებს სისტემის ეფექტიანობის კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასების მოდელების აგება?

პრაქტიკული დავალება:

4. ააგეთ $n=m=3,\ 0\le k_i\le 3$ კლასის $a_1(f_1)=x_1,\ a_1(f_2)=x_2=0,\ a_1(f_3)=x_3,\ a_2(f_1)=x_4,\ a_2(f_2)=x_5=0,$ $a_2(f_3)=x_6,\ a_3(f_1)=x_7,\ a_3(f_2)=x_8,\ a_3(f_3)=x_9=0$ სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცა, განსაზღვრეთ და ლოგიკური ფუნქციებით დაწერეთ ფუნქციონირების უმოკლესი გზები და სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა.
5. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით გამოთვალეთ მე-12 დავალების მე-4 პუნქტში მოცემული $n=m=3,\ 0\le k_i\le 3$ კლასის სისტემის უმტყუნოდ ფუნქციონირების ალბათობა (სისტემის საიმედოობა) ელემენტების ერთნაირი ალბათობისთვის $p=0{,}97$ და სტრუქტურის სრულყოფილების კოეფიციენტი, როდესაც $p=0{,}5$.
6. ააგეთ $n=m=3,\ 0\le k_i\le 3$ კლასის $a_1(f_1)=x_1,\ a_1(f_2)=x_2, a_1(f_3)=x_3=0,\ a_2(f_1)=x_4,\ a_2(f_2)=x_5=0,$ $a_2(f_3)=x_6,\ a_3(f_1)=x_7=0,\ a_3(f_2)=x_8,\ a_3(f_3)=x_9$ სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცა, განსაზღვრეთ და ლოგიკური ფუნქციებით დაწერეთ ფუნქციონირების უმოკლესი გზები და სისტემის მუშაობისუნარიანობის პირობა.
7. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით გამოთვალეთ მე-12 დავალების მე-6 პუნქტში მოცემული $n=m=3,\ 0\le k_i\le 3$ კლასის სისტემის უმტყუნოდ ფუნქციონირების ალბათობა (სისტემის საიმედოობა) ელემენტების ერთნაირი ალბათობისთვის $p=0{,}97$ და სტრუქტურის სრულყოფილების კოეფიციენტი, როდესაც $p=0{,}5$.
8. გააკეთეთ მე-12 დავალების მე-4 და მე-6 პუნქტებში მოცემული სისტემების სტრუქტურული ანალიზი და გამოიტანეთ დასკვნა თუ რის გამოა განსხვავება მათი სტრუქტურული საიმედოობის მნიშვნელობებში.

თავი 13.
გადაწყობადი სისტემების რეკონფიგურაციის ოპტიმალური მართვა

13.1. რეკონფიგურირებადი სისტემების მანევრირებადობა

მრავალფუნქციური ელემენტების ბაზაზე დაკომპლექტებული გადაწყობადი სტრუქტურის მქონე რეკონფიგურირებადი სისტემები ხასიათდებიან წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების დიდი რაოდენობით. ასეთ სისტემებს მოქნილობის მაღალი მაჩვენებლები აქვთ, რაც რესტრუქტურიზაციის (სტრუქტურის რეკონფიგურაციის) მაღალ პოტენციურ შესაძლებლობებზე მიუთითებს. შესაბამისად, იზრდება ფუნქციონირების პროცესში სისტემის მანევრირების შესაძლებლობებიც, რაც ახასიათებს ელემენტებს შორის ფუნქციების გადანაწილების პროცესს ელემენტების ნაწილობრივი გაუმართაობის (მტყუნების) დაფიქსირებისას. ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილია სისტემის მოქნილობისა და მანევრირებადობის მაჩვენებლების შედარებითი ანალიზი.

მოქნილობა არის სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების რაოდენობა და, შესაბამისად, სისტემის ელემენტებს შორის ფუნქციების განაწილების ვარიანტების რაოდენობა, კერძოდ:

- $n = m = k$ სისტემის პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირებისას $N_s = per\{B(n \times n)\} = n!$.
- $n \geq m = k$ სისტემის პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირებისას $N_s = per\{B(n \times n)\} = n!/(n-m)!$.
- $n \geq m = k_i > 1$, $i \in [1, m]$ სისტემის მიმდევრობით რეჟიმში ფუნქციონირებისას $N_s = n^m$.

სტრუქტურის მოქნილობისგან განსხვავებით მანევრირებადობა არის სისტემის უნარი, მოახდინოს თავისი სტრუქტურის რეკონფიგურირება ფუნქციონირების პროცესში, რათა გააგრძელოს წარმატებული ფუნქციონირება ელემენტის სრული ან ნაწილობრივი მტყუნების საპასუხოდ.

მანევრირება არის რეკონფიგურაციის პროცესი, როდესაც ელემენტის გაუმართაობის შემთხვევაში ხდება სისტემის სტრუქტურის გადაწყობა ელემენტების ჩანაცვლებით ან ურთიერთშენაცვლებით.

პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირებად სისტემაში ელემენტის ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში ფუნქციების ხელახალი გადანაწილების მიზნით განხორციელებული მანევრირების რაოდენობა N_t მინიმალურია, როდესაც მინიმალური რაოდენობის ფუნქციური რესურსების მქონე i-ური ელემენტი თანმიმდევრულად კარგავს ფუნქციურ რესურსებს. ამ შემთხვევაში, სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცაში ადგილი ექნება ასეთ შემთხვევას:

$$a_i(f_1) = a_i(f_2) = ... = a_i(fmin(k)) = 0,\ i = const,\ min(N_\tau) = min(k_i) - 1.$$

მანევრირების რაოდენობა N_t მინიმალურია მაშინაც, როდესაც სისტემის ყველა ელემენტი თანმიმდევრულად კარგავს ერთი და იმავე ფუნქციის შესრულების უნარს. ამ შემთხვევაში, სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცაში ადგილი ექნება ასეთ შემთხვევას:

$$a_1(f_j) = a_2(f_j) = ... = a_n(f_j) = 0,\ j = const,\ min(N_\tau) = n - 1.$$

მანევრირების რაოდენობა N_τ მაქსიმალურია, როდესაც სხვადასხვა ფუნქციების შესრულების უნარები თანმიმდევრულად იკარგება სხვადასხვა ელემენტების მიერ. ამ შემთხვევაში ფუნქციური რესურსების მატრიცაში ადგილი ექნება ასეთ შემთხვევას:

$$a_{i_1}(f_{j_1}) = a_{i_2}(f_{j_2}) = \ldots = a_{i_m}(f_{j_m}) = 0,$$

სადაც $i_1 \neq i_2 \neq \ldots \neq i_m$, $j_1 \neq j_2 \neq \ldots \neq j_m$.

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც $n \geq m \geq k$, მანევრირების მაქსიმალური მნიშვნელობა $max(N_\tau) = k_\Sigma - 2n + 1$; კერძო შემთხვევაში, როდესაც $n > m = k$, $max(N_\tau) = nm - 2n + 1$; როდესაც $n = m = k_i$, $max(N_\tau) = n^2 - 2n + 1 = (n-1)^2$. ამრიგად, სისტემის მანევრირების მაჩვენებელი, რომელიც გამოიხატება შესრულებული მანევრების რაოდენობაში, დამოკიდებულია ელემენტების მიერ ფუნქციური რესურსების დაკარგვის თანმიმდევრობაზე. ამგვარად, როდესაც $n \geq m \geq k$, N_τ მერყეობს $[min(k_i) - 1,\ k_\Sigma - 2n + 1]$ დიაპაზონში, კერძო შემთხვევაში კი, როდესაც $n = m = k_i$, N_τ მერყეობს $[n-1, (n-1)^2]$ დიაპაზონში.

სისტემის მოქნილობა არის კონტროლირებადი პროცესი და შესაძლებელია უზრუნველყოფილი იქნას სისტემის დაპროექტებისა და დაკომპლექტების პროცესში. რაც შეეხება მანევრირებას, ეს არის არაცხადი, არაპროგნოზირებადი პროცესი, რომელიც შეიძლება მოხდეს ელემენტის ნაწილობრივი ან სრული მტყუნების შემთხვევაში, რომლის წინასწარ პროგნოზირება თითქმის შეუძლებელია.

სისტემისდაპროექტებისპროცესშიელემენტებსშორისფუნქციებისსაწყისიგანაწილების ეტაპზე, ხოლო სისტემის ექსპლუატაციის პროცესში რომელიმე ელემენტის სრული ან ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში დგება სისტემის ოპტიმალური რეკონფიგურაციის ამოცანის გადაჭრის აუცილებლობა. აღნიშნული ამოცანის განსახორციელებლად საჭიროა სისტემის ფუნქციური რესურსების ლოგიკური აღწერიდან ფუნქციური შესაძლებლობების ალბათურ აღწერაზე გადასვლა. სისტემის ფუნქციური რესურსების ლოგიკური (0,1) მატრიცა $B(m \times n) = [a_i(f_j)]$ უნდა შეიცვალოს ალბათური მატრიცით $P(m \times n) = [p_i(f_j)]$, სადაც $p_i\ (f_j)$, $i \in [1, n]$, $j \in [1, m]$, არის i-ური ელემენტის მიერ j-ური ფუნქციის შესრულების ალბათობა. ვინაიდან მფე მიეკუთვნება მრავალპოლუსიანი ელემენტების კლასს, $p_i(f_j)$ შეფასებების მისაღებად შეიძლება გამოყენებული იქნას არაცხადი ლოგიკის (Fuzzy Logic) მეთოდები [24, 25].

$$p_i(f_j) = \begin{cases} 0 < p_i\,(f_j) < 1, \text{ როცა } a_i \text{ ელემენტს გააჩნია } f_j \text{ ფუნქციის შესრულების უნარი;} \\ 0, \text{ როცა } a_i \text{ ელემენტს არ გააჩნია } f_j \text{ ფუნქციის შესრულების უნარი.} \end{cases}$$

შესაბამისად, სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზები შესაძლებელია აღწერილი იქნას შემდეგი ალბათური გამოსახულებების საშუალებით:

$$P_F(S_q) = p_{i_1}(f_{j_1}) \times p_{i_2}(f_{j_2}) \times \ldots \times p_{j_m}(f_{j_m}), \tag{13.1}$$

სადაც $i_1 \neq i_2 \neq \ldots \neq i_m$, $j_1 \neq j_2 \neq \ldots \neq j_m$, $q \in [1, N_S]$.

გამომდინარეიქიდან,რომუმეტესშემთხვევაშიმფე-ებისწარმატებულიფუნქციონირების ალბათობები განსხვავდება ცალკეული ფუნქციების მიმართ, რაც იმას ნიშნავს, რომ მნიშვნელოვანია თუ რა გზით იწყებს თავდაპირველად სისტემა ფუნქციონირებას და რა გზით გააგრძელებს ფუნქციონირებას რეკონფიგურაციის შემდეგ. თუ გვეცოდინება $P_F(S_1)$, $P_F(S_2)$, ..., $P_F(S_{N_S})$ რაოდენობრივი შეფასებები, ჩვენ შევძლებთ საწყის ეტაპზე მოვახდინოთ სისტემის ელემენტებს შორის ფუნქციების ოპტიმალური განაწილება, ხოლო სისტემის ფუნქციონირების პროცესში ელემენტების ნაწილობრივი მტყუნებების შემთხვევაში მოვახდინოთ სტრუქტურის ოპტიმალური რეკონფიგურირება ელემენტთა

შორის ფუნქციების ხელახალი ოპტიმალური გადანაწილების გზით. სტრუქტურის რეკონფიგურირების პროცესის ოპტიმალური მართვის გაადვილებისთვის მიზანშეწონილია მოვახდინოთ მიღებული შედეგების რანჟირება კლებადობით და ავირჩიოთ სისტემის ფუნქციონირების საუკეთესო გზა [26,29].

განვიხილოთ $n=m=k=4$ სისტემის მაგალითი, რომლის ალბათურ მატრიცას აქვს შემდეგი სახე:

$$P_A\,(4\times4) = \left\| \begin{matrix} 0.98 & 0.87 & 0.85 & 0.93 \\ 0.94 & 0.96 & 0.92 & 0.87 \\ 0.85 & 0.89 & 0.97 & 0.91 \\ 0.87 & 0.75 & 0.89 & 0.99 \end{matrix} \right\|$$

(13.1)-ის მიხედვით $P_F(S_q)$, $q\in[1,24]$ შეფასებები იქნება შემდეგი გამოსახულებები, რომლებშიც $P_F(S_q)$-ს თითოეულ შეფასებას მარჯვენა მხარეზე ზედა ინდექსით მიწერილი აქვს კლებადობით რანჟირების შედეგი:

$$P_F(S_1)=p_1(f_1)p_2(f_2)p_3(f_3)p_4(f_4)=0.9035,\ S_1^{(1)};$$
$$P_F(S_2)=p_1(f_1)p_2(f_2)p_3(f_4)p_4(f_3)=0.7620,\ \mathrm{S}_2^{(4)};$$
$$P_F(S_3)=p_1(f_1)p_2(f_3)p_3(f_2)p_4(f_4)=0.7944,\ S_3^{(2)};$$
$$P_F(S_4)=p_1(f_1)p_2(f_3)p_3(f_4)p_4(f_2)=0.6753,\ \mathrm{S}_4^{(10)};$$
$$P_F(S_5)=p_1(f_1)p_2(f_4)p_3(f_2)p_4(f_3)=0.6153,\ S_5^{(19)};$$
$$P_F(S_6)=p_1(f_1)p_2(f_4)p_3(f_3)p_4(f_2)=0.6203,\ S_6^{(18)};$$
$$P_F(S_7)=p_1(f_2)p_2(f_1)p_3(f_3)p_4(f_4)=0.7853,\ S_7^{(3)};$$
$$P_F(S_8)=p_1(f_2)p_2(f_1)p_3(f_4)p_4(f_3)=0.6623,\ S_8^{(13)};$$
$$P_F(S_9)=p_1(f_2)p_2(f_3)p_3(f_1)p_4(f_4)=0.7040,\ S_9^{(6)};$$
$$P_F(S_{10})=p_1(f_2)p_2(f_3)p_3(f_4)p_4(f_1)=0.6925,\ S_{10}^{(7)};$$
$$P_F(S_{11})=p_1(f_2)p_2(f_4)p_3(f_1)p_4(f_3)=0.5453,\ S_{11}^{(23)};$$
$$P_F(S_{12})=p_1(f_2)p_2(f_4)p_3(f_3)p_4(f_1)=0.6360,\ S_{12}^{(16)};$$
$$P_F(S_{13})=p_1(f_3)p_2(f_1)p_3(f_2)p_4(f_4)=0.6735,\ S_{13}^{(11)};$$
$$P_F(S_{14})=p_1(f_3)p_2(f_1)p_3(f_4)p_4(f_2)=0.5726,\ S_{14}^{(20)};$$
$$P_F(S_{15})=p_1(f_3)p_2(f_2)p_3(f_1)p_4(f_4)=0.6867,\ S_{15}^{(8)};$$
$$P_F(S_{16})=p_1(f_3)p_2(f_2)p_3(f_4)p_4(f_1)=0.6754,\ S_{16}^{(9)};$$
$$P_F(S_{17})=p_1(f_3)p_2(f_4)p_3(f_1)p_4(f_2)=0.4714,\ S_{17}^{(24)};$$
$$P_F(S_{18})=p_1(f_3)p_2(f_4)p_3(f_2)p_4(f_1)=0.5454,\ S_{18}^{(22)};$$
$$P_F(S_{19})=p_1(f_4)p_2(f_1)p_3(f_2)p_4(f_3)=0.6337,\ S_{19}^{(17)};$$
$$P_F(S_{20})=p_1(f_4)p_2(f_1)p_3(f_3)p_4(f_2)=0.6387,\ S_{20}^{(15)};$$
$$P_F(S_{21})=p_1(f_4)p_2(f_2)p_3(f_1)p_4(f_3)=0.6460,\ S_{21}^{(14)};$$
$$P_F(S_{22})=p_1(f_4)p_2(f_2)p_3(f_3)p_4(f_1)=0.7534,\ S_{22}^{(5)};$$
$$P_F(S_{23})=p_1(f_4)p_2(f_3)\,p_3(f_1)p_4(f_2)=0.5726,\ S_{23}^{(21)};$$
$$P_F(S_{24})=p_1(f_4)p_2(f_3)p_3(f_2)p_4(f_1)=0.6625,\ S_{24}^{(12)}.$$

განხილულ მაგალითში ნათლად ჩანს, რომ სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების საუკეთესო გზას წარმოადგენს S_1, რომლის ალბათობაა $P_F(S_1)$=0,9035. შესაბამისად მიზანშეწონილია, რომ სისტემამ ფუნქციონირება დაიწყოს ელემენტებს შორის ფუნქციების ასეთი განაწილებით: $a_1(f_1)$, $a_2(f_2)$, $a_3(f_3)$, $a_4(f_4)$. თუმცა სისტემის დანიშნულებიდან გამომდინარე შესაძლებელია არჩეული იქნას სხვა გზა, მაგალითად, S_3 ალბათობით $P_F(S_3)$=0,7944, საუკეთესო გზა S_1 კი გამოყენებული იქნას განსაკუთრებულ შემთხვევაში. ფუნქციონირების პროცესში რომელიმე მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში რამოდენიმე გზა გამოითიშება, მაგრამ დარჩენილი გზებიდან საუკეთესოზე გადართვა შესაძლებელი იქნება. მაგალითად, ვთქვათ განხილულ მაგალითში სისტემამ დაიწყო ფუნქციონირება S_1 გზით და გარკვეული დროის შემდეგ x_1-მა ელემენტმა დაკარგა f_1 ფუნქციის შესრულების უნარი. მაშინ ჩამოთვლილი გზებიდან ყველა გზა, რომელიც შეიცავს $a_1(f_1)$ პირობით ელემენტს გამოუსადეგარი გახდება, ანუ ფუნქციონირების გზები S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 გამოითიშება, თუმცა S_7-დან S_{24}-მდე დარჩენილი გზებიდან საუკეთესო ვარიანტზე გადართვა შესაძლებელი იქნება, რაც უზრუნველყოფს სისტემის მაღალ მტყუნებამდგრადობას.

13.2. მრავალბირთვიანი პროცესორის სტრუქტურული ანალიზი

რეკონფიგურირებადი სისტემის ერთ-ერთი თვალსაჩინო მაგალითია მრავალბირთვიანი პროცესორი, რომელიც პარალელური გამოთვლითი პროცესების განხორციელებისთვის არის განკუთვნილი [30, 31].

მრავალბირთვიანი პროცესორი წარმოადგენს ერთ კრისტალში ინტეგრირებულ და მჭიდროდ დაკავშირებულ ბირთვებს საერთო ქეშ მეხსიერებით. მრავალბირთვიანი პროცესორები გვხვდება სხვადასხვა გამოთვლით სისტემებში, მათ შორის ზოგადი დანიშნულების პერსონალური კომპიუტერების ცენტრალურ პროცესორებში (CPU), ქსელის, ჩაშენებული, ციფრული სიგნალის დამუშავების (DSP), კომპიუტერული გრაფიკის (GPU), მობილურ ტელეფონებში და სხვა მოწყობილობებში. მრავალბირთვიან პროცესორებში ერთი ციკლის ფარგლებში თითოელი ბირთვი გადის 4 ძირითად საფეხურს, ესენია: ინსტრუქციისა და მონაცემების მიღება, ინსტრუქციის გაშიფვრა (მაგალითად, სად მთავრდება მიმდინარე ინსტრუქცია და სად იწყება შემდეგი), შესრულება (მაგალითად, არითმეტიკულ-ლოგიკურ ერთეულში არითმეტიკული ან ლოგიკური ოპერაციების შესრულება) და მიღებული შედეგის დამახსოვრება პროცესორის რეგისტრებში სწრაფი წვდომისთვის, რომელიც საბოლოოდ გადადის RAM-ში.

მრავალბირთვიანი პროცესორების საერთო დამახასიათებელ თვისებას წარმოადგენს მათი პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირების უნარი, რაც უზრუნველყოფს: 1) წარმადობის გაუმჯობესებას – ამოცანის ალგორითმის პარალელურ რეჟიმში შესრულება ამცირებს ამოცანის შესრულების დროს; 2) ეკონომიურობის ამაღლებას – პარალელურ სისტემაში ოპერაციული სისტემა ამოცანის შესრულებას ანაწილებს ბირთვებს შორის; 3) ენერგო ეფექტურობას – ბირთვებს შორის ამოცანების გადანაწილებით შესაძლებელია ენერგომოხმარების მასშტაბირება; 4) საიმედოობის ამაღლებას – რომელიმე ერთი ბირთვის მტყუნებისას ოპერაციული სისტემა ახდენს ამ ბირთვის ჩანაცვლებას სხვა ბირთვით; 5) მტყუნებამდგრადობის გაუმჯობესებას – რომელიმე ბირთვში აპარატურული ან პროგრამული მტყუნების შემთხვევაში მრავალბირთვიანი სისტემა განაგრძობს წარმატებულ ფუნქციონირებას.

მრავალბირთვიან პროცესორებში ბირთვების საიმედოობაზე შესაძლებელია გავლენას ახდენდეს მრავალი ფაქტორი, რომელთაგან ერთერთია ენერგომოხმარება და ტემპერატურული ცვლილებები ბირთვებში სხვადასხვა ტაქტური სიხშირის დროს, რაც უარყოფითად აისახება პროცესორის საიმედოობაზე. პრობლემის გადაჭრის მიზნით [32]-ში ენერგომოხმარებასა და საიმედოობას შორის ბალანსის მიღწევის მიზნით შემოთავაზებულია ელექტრო კვების დინამიური მართვა საიმედოობის გათვალისწინებით. მრავალბირთვიან პროცესორებში ენერგომოხმარების მასშტაბირების მრავალი შესაძლებლობა არსებობს თუ უზრუნველყოფილი იქნება ამოცანების გადანაწილება ბირთვებს შორის. როგორც [28]-ის ავტორები ასაბუთებენ, მრავალბირთვიანი პროცესორის ფუნქციონირების პარალელურობა უნდა იქნას გამოყენებული არამარტო წარმადობის გაზრდისათვის, არამედ საიმედოობის ამაღლების მიზნით.

[33]-ში განხილულია მრავალბირთვიან პროცესორებში ცალკეული ელემენტების დროებითი ან მუდმივი ხასიათის მტყუნებები. დროებით მტყუნებას შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს ერთხელ და შემდგომ აღარ განმეორდეს. მუდმივ მტყუნებას ძირითადად ადგილი აქვს მოწყობილობის ცვეთის გამო და ის ატარებს მუდმივ ხასიათს. [33] სტატიაში შემოთავაზებულია გამოთვლითი პროცესების მთლიანობის შემოწმების დინამიური საშუალებები და საიმედოობის ამაღლების მეთოდი მიკროარქიტექტურულ დონეზე.

[34]-ში მრავალბირთვიანი პროცესორების წარმადობისა და საიმედოობის ამაღლების მიზნით განიხილება ახალი გამოთვლითი გარემოს შექმნა, რომელშიც ბირთვის ფუნქციური ბლოკის (გამოთვლითი ელემენტის) მტყუნების შემთხვევაში მისი ფუნქცია გადაეცემა კერძო ან საერთო მეხსიერების ბლოკს. ეს პროცესი შესაძლებელია განხორციელდეს იმ შემთხვევაში, როდესაც ფუნქციური ბლოკი განიცდის მტყუნებას (გადადის არამუშა მდგომარეობაში), ხოლო კერძო ან საერთო მეხსიერების ბლოკი ინარჩუნებს ფუნქციურ მდგომარეობას. ასეთი მიდგომით, ცხადია იზრდება მრავალბირთვიანი პროცესორის მტყუნებამდგრადობა და სიცოცხლისუნარიანობა.

[35]-ში განხილულია ჰეტეროგენური მრავალბირთვიანი პროცესორების საიმედოობის საკითხი. სტატიაში ნაჩვენებია, რომ არაიდენტური ბირთვების მიერ ამოცანების დამუშავებისას დაშვებული უმნიშვნელო შეცდომებიც კი მნიშვნელოვან პრობლემას წარმოადგენს. სტატიაში პრობლემის გადაწყვეტის მიზნით დეტალურად იკვლევენ ყოველი გაშვებული პროგრამის საიმედოობის მახასიათებლებს და ახდენენ ამოცანების დინამიურად გადანაწილებას განსხვავებული ტიპის ბირთვებს შორის.

[36]-ში განხილულია NASA-ს მკაცრი მოთხოვნები კოსმოსური მრავალბირთვიანი გამოთვლების საიმედოობის მიმართ სიმძლავრის, მასისა და ღირებულების (დანახარჯების) გათვალისწინებით. პროცესორის ბირთვის, გადამრთველების, შეტანა-გამოტანის ან მეხსიერების პორტის მტყუნების შემთხვევაში გამოთვლითი დატვირთვა უნდა გადაეცეს მიკროსქემის სხვა რესურსებს. ასეთი მიდგომა არ არის სრულყოფილი, ვინაიდან არსებობს გარკვეული დაზიანებები, რომლებსაც შეუძლიათ მწყობრიდან გამოიყვანონ მთელი ჩიპი, მაგრამ ზოგადად შემოთავაზებულმა მიდგომამ შეიძლება გამოიწვიოს საერთო საიმედოობის მნიშვნელოვანი ზრდა, ანუ დროის პერიოდი, რომლის დროსაც კომპიუტერს შეუძლია უზრუნველყოს ამოცანის შესრულება. ამ მიდგომის ეფექტურობა დამოკიდებულია მრავალბირთვიანი ჩიპის დიზაინზე, რომელიც ოპტიმიზებულია ერთი ჩიპის წარუმატებლობის ალბათობის შესამცირებლად და არქიტექტურაზე, რომელსაც შეუძლია ეფექტურად აღმოფხვრას ბირთვების, მეხსიერებისა და შეტანა-გამოტანის ელემენტების წარუმატებელი ფუნქციონირება.

ისევე, როგორც ჰომოგენურ მრავალბირთვიან პროცესორებში, რომლებიც მოიცავენ მხოლოდ იდენტურ ბირთვებს, ჰეტეროგენულ მრავალბირთვიან პროცესორებშიც, რომლებიც შედგებიან არაიდენტური ბირთვებისგან, ბირთვები შესაბამისი ბლოკებით განიხილება როგორც მრავალბირთვიანი პროცესორული სისტემის მრავალფუნქციური ელემენტები, ვინაიდან ნებისმიერ ბირთვს შეუძლია სხვადასხვა სახის ამოცანის შესრულება და საიმედოობის ამაღლების მიზნით შესაძლებელია ამოცანების გადანაწილება ბირთვებს შორის. ბირთვების სრული ან ნაწილობრივი მტყუნებების გათვალისწინებით მრავალბირთვიანი პროცესორები მიეკუთვნებიან მრავალმდგომარეობიან სისტემათა კლასს, რომელთა საიმედოობის მოდელები უფრო რეალისტურად აღწერენ ტექნიკურ სისტემებს, რაზედაც მეტყველებს [37] სტატიაში ჩატარებული კვლევების მიმოხილვა.

განვიხილოთ არაერთგვაროვანი ბირთვებით დაკომპლექტებული, ჰეტეროგენული 4-ბირთვიანი პროცესორის ბირთვებს შორის სხვადასხვა ტიპისა და სხვადასხვა სირთულის ამოცანების პარალელურად განაწილებისა და სტრუქტურული რეკონფიგურაციის მაგალითი.

4-ბირთვიანი პროცესორის მრავალფუნქციური ბირთვები ერთობლიობაში ქმნიან რეკონფიგურირებად სისტემას, რომელშიც ბირთვების უმტყუნო მუშაობაზეა დამოკიდებული პროცესორის ფუნქციონირების ეფექტიანობა და საიმედოობა. დროის ცალკეულ მომენტში a_1, a_2, a_3 და a_4 ბირთვებში ალგორითმის შესაბამისად ნაწილდება სხვადასხვა ტიპის ამოცანები (დავალებები) f_1, f_2, f_3 და f_4, რომელთა რეალიზება წარმოებს პარალელურ რეჟიმში. აქვე შეგვიძლია განვსაზღვროთ თითოეული ბირთვის კონკრეტული ფუნქციები, რომლებიც პარალელურ რეჟიმში სრულდება:

f_1 – ბრძანებათა ამორჩევა და დეკოდირება;

f_2 – ოპერანდების ამორჩევა;

f_3 – ბრძანებების შესრულება;

f_4 – რეგისტრებში ჩაწერა.

თითოეული ბირთვის მიერ ცალკეული დავალების უმტყუნოდ შესრულების ალბათობები (ან არაცხადი, ფაზილოგიკით მიღებული შეფასების მონაცემები) მოცემულია ცხრილში 13.1.

ცხრილი 13.1

A/F	f_1	f_2	f_3	f_4
a_1	0.96	0.82	0.98	0.95
a_2	0.00	0.94	0.83	0.91
a_3	0.00	0.95	0.89	0.94
a_4	0.00	0.00	0.82	0.88

ცხრილი 13.1-ში $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ სიმრავლის ელემენტები წარმოადგენენ პროცესორის ბირთვებს, რომლებიც პარალელურ რეჟიმში ასრულებენ 4 ამოცანას დავალებათა $F=\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ სიმრავლიდან ისე, რომ თითოეული ბირთვი დროის მოცემულ მომენტში ასრულებს ერთ რომელიმე ამოცანას F სიმრავლიდან.

ცხრილი 13.2-ში მოცემულია თითოეული ბირთვის საიმედოობის რაოდენობრივი შეფასებები $p_a(f)$ – ალბათობა იმისა, რომ დროის მოცემულ მომენტში ბირთვი იმყოფება მუშაობისუნარიანობის მდგომარეობაში და შეუძლია ერთი მაინც ამოცანის შესრულება F სიმრავლიდან.

$P_a(f)$ გამოთვლილია შემდეგი ფორმულით:

$$P_a(f) = (1 - \prod_{j=1}^{k} p_t(f_j)), \qquad (13.2)$$

მფე-ს მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტი განისაზღვრა (13.3) ფორმულით:

$$\mu(a) = k/m, \qquad (13.3)$$

სადაც k თითოეული ბირთვის ფუნქციური რესურსების რაოდენობაა, m კი ამოცანათა რაოდენობა.

ცხრილი 13.2

A	$p_a(f)$	$\mu(a)$
a_1	0.99999	1.00
a_2	0.99908	0.75
a_3	0.99967	0.75
a_4	0.97840	0.50

(13.1) ფორმულიდან გამომდინარე, დავალებათა საუკეთესო განაწილება ბირთვებს შორის იქნება: $a_1 \to f_1$, $a_2 \to f_2$, $a_3 \to f_3$, $a_4 \to f_4$, ხოლო ასეთი განაწილებით ფუნქციონირების გზის ალბათური შეფასება იქნება $P(S) = 0.70676$.

პროცესორში ბირთვების ურთიერთშენაცვლების ვარიანტები შესაბამისი ალბათური შეფასებებით მოცემულია ცხრილში 13.3.

ცხრილი 13.3

№	S_q	f_1	f_2	f_3	f_4	$P(S)$
1	S_1	a_1	a_3	a_4	a_2	0.68053
2	S_2	a_1	a_2	a_4	a_3	0.69557
3	S_3	a_1	a_3	a_2	a_4	0.66610
4	S_4	a_1	a_2	a_3	a_4	0.70676

4-ბირთვიანი პროცესორის სტრუქტურული ანალიზისა და საიმედოობის გაზრდის მიზნით პირობითად ვზრდით ბირთვების ფუნქციურ რესურსებს (ფუნქციურ შესაძლებლობებს), რომლებიც მოცემულია ცხრილი 13.4-ში.

ცხრილი 13.4

A/F	f_1	f_2	f_3	f_4
a_1	0.96	0.96	0.98	0.96
a_2	0.82	0.96	0.92	0.95
a_3	0.00	0.96	0.92	0.94
a_4	0.00	0.00	0.88	0.93

ცხრილი 13.4-სთვის $p_a(f)$-ის და $\mu(a)$-ის შეფასებები მოცემულია ცხრილში 13.5:

ცხრილი 13.5

A	$p_a(f)$	$\mu(a)$
a_1	0.99999	1.00
a_2	0.99997	1.00
a_3	0.99981	0.75
a_4	0.99160	0.50

ამ შემთხვევაში დავალებათა საუკეთესო განაწილება იქნება: $a_1 \to f_1, a_2 \to f_2, a_3 \to f_3, a_4 \to f_4$, ან $a_1 \to f_1, a_2 \to f_3, a_3 \to f_2, a_4 \to f_4$, რომელთათვისაც $P(S) = 0.78852$.

4-ბირთვიანი პროცესორის ბირთვების ურთიერთშენაცვლების ვარიანტები და მათი ალბათური შეფასებები მოცემულია ცხრილი 13.6-ში:

ცხრილი 13.6

№	S_q	f_1	f_2	f_3	f_4	$P(S)$
1	S_1	a_3	a_2	a_4	a_1	0.66503
2	S_2	a_3	a_1	a_4	a_2	0.65117
3	S_3	a_1	a_3	a_4	a_2	0.76235
4	S_4	a_1	a_2	a_4	a_3	0.77046
5	S_5	a_3	a_2	a_1	a_4	0.71745
6	S_6	a_3	a_1	a_2	a_4	0.67353
7	S_7	a_1	a_3	a_2	a_4	0.78852
8	S_8	a_1	a_2	a_3	a_4	0.78852

4-ბირთვიან პროცესორში ბირთვების ფუნქციური რესურსების გაზრდამ გამოიწვია ბირთვების მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტის $\mu(a)$ და უმტყუნოდ მუშაობის ალბათობის $p_a(f)$ გაზრდა. პროცესორის მოქნილობის მაჩვენებელი (ბირთვებს შორის ამოცანათა განაწილების ვარიანტების რაოდენობა) გაორმაგდა – $N_{S_1} = 4$, $N_{S_2} = 8$, ხოლო პროცესორის ბირთვებს შორის ამოცანათა საუკეთესო განაწილების ალბათური შეფასება მნიშვნელოვნად გაიზარდა – $P(S_1)$=0.70676-დან $P(S_2)$=0.78852-მდე.

დავალება 13

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირებადი $n = m = k_i > 1,\ i \in [1,m]$ სისტემის სტრუქტურის მოქნილობის (N_S) გამოსათვლელი ფორმულა.
2. დაწერეთ პარალელურ რეჟიმში ფუნქციონირებადი $n \geq m = k_i > 1,\ i \in [1,m]$ სისტემის სტრუქტურის მოქნილობის (N_S) გამოსათვლელი ფორმულა.
3. დაწერეთ შერეულ რეჟიმში ფუნქციონირებადი $n \geq m = k_i > 1,\ i \in [1,m]$ სისტემის სტრუქტურის მოქნილობის (N_S) გამოსათვლელი ფორმულა.
4. დაწერეთ $n \geq m \geq k_i > 1,\ i \in [1,m]$ სისტემის მანევრირების რაოდენობის (N_τ) დიაპაზონი.
5. დაწერეთ $n = m = k_i > 1,\ i \in [1,m]$ სისტემის მანევრირების რაოდენობის (N_τ) დიაპაზონი.
6. დაწერეთ სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების ზოგადი ფორმულა ალბათური გამოსახულებების გამოყენებით.

პრაქტიკული დავალება:

7. მოცემულია $n = m = k = 3$ სისტემის ელემენტების ფუნქციური რესურსების ალბათური მნიშვნელობები: $p_1(f_1)=0.98$, $p_1(f_2)=0.97$, $p_1(f_3)=0.95$, $p_2(f_1)=0.99$, $p_2(f_2)=0.96$, $p_2(f_3)=0.94$, $p_3(f_1)=0.98$, $p_3(f_2)=0.97$, $p_3(f_3)=0.91$. ააგეთ მოცემული სისტემის ალბათური მატრიცა $P_A(3\times3)$ და განსაზღვრეთ მოცემული სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზები.
8. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის ფუნქციონირების გზების ველში შეიტანეთ მოცემული სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზები ლოგიკური ცვლადების ინდექსებით და მე-7 პუნქტში მოცემული მონაცემების მიხედვით გამოთვალეთ სისტემის საიმედოობა (მუშაობისუნარიანობის ალბათობა).
9. www.ssa.ug.edu.ge ვებ აპლიკაციის გამოყენებით გამოთვალეთ მე-7 პუნქტში მოცემული სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების ალბათური მნიშვნელობები და მოახდინეთ მათი რანჟირება კლებადობით.
10. საუკეთესო ალბათური მაჩვენებლის მქონე ფუნქციონირების უმოკლეს გზაში რომელიმე ელემენტის ფუნქციური შესაძლებლობის ალბათური მაჩვენებელი გაუტოლეთ 0-ს და განსაზღვრეთ, რომელ ფუნქციონირების გზაზე უნდა მოხდეს გადართვა, რომ უზრუნველყოთ სტრუქტურის ოპტიმალური რეკონფიგურირება და სისტემის წარმატებულად ფუნქციონირების გაგრძელება.

თავი 14.
გადაწყობადი სისტემების ოპტიმალური მართვა

14.1. მფე-ების ოპტიმალური შერჩევა და ჩანაცვლება

თუ გავითვალისწინებთ, რომ სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების გზების რაოდენობა ფაქტორიალურად იზრდება n, m და k პარამეტრების მატებასთან ერთად, ცხადი ხდება სისტემის სტრუქტურული რეკონფიგურაციის ოპტიმალური მართვის აუცილებლოება. აღწერილი პროცესის ავტომატიზაციისა და ოპტიმალური რეკონფიგურაციის განხორციელების მიზნით მოვახდინეთ კლასიკური ოპტიმიზაციის ამოცანის მოდერნიზება და მისი ადაპტირება ალბათურ სიდიდეებზე (იხილეთ 14.1):

$$\Phi = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{m} p_i(f_j)x \to max \qquad (14.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ j\in[1,m]; \qquad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ i\in[1,n].$$

სისტემის მფე-ებით დაკომპლექტების საწყის ეტაპზე, როდესაც $n > m = k_i$, $i\in[1,n]$ ოპტიმიზაციის (14.1) მოდელის გამოყენებით ხდება n-დან m რაოდენობის მრავალფუნქციური ელემენტის ოპტიმალური შერჩევა და ელემენტებს შორის ფუნქციების ოპტიმალური განაწილება. როდესაც $n = m = k_i$, $i\in[1,n]$, მაშინ (14.1) მოდელის გამოყენებით ელემენტებს შორის მხოლოდ ფუნქციების ოპტიმალური განაწილება განხორციელდება. სისტემის ფუნქციონირების პროცესში რომელიმე i-ური მფე-ის j-ური ფუნქციის მიმართ ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში, სისტემის ფუნქციური რესურსების ალბათურ მატრიცაში $P(m\times n) = [p_i(f_j)]$, $i\in[1,n]$, $j\in[1,m]$, i-ური სტრიქონისა და j-ური სვეტის გადაკვეთაზე მდებარე $p_i(f_j)$ ალბათობა უნდა გავანულოთ და კვლავ მოვახდინოთ (14.1) მოდელის რეალიზაცია. ამ შემთხვევაში განხორციელდება ელემენტებს შორის ფუნქციების ხელახალი გადანაწილება და სისტემის სტრუქტურის ოპტიმალური რეკონფიგურაცია.

რეკონფიგურირებად სისტემებში მატერიალური, ფინანსური ან დროითი დანახარჯების მინიმიზაციისთვის ვიყენებთ ოპტიმიზაციის კლასიკურ მოდელს:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}x \to min \qquad (14.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ j\in[1,m]; \qquad \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ i\in[1,n].$$

ოპტიმიზაციის (14.2) მოდელის გამოყენებით შესაძლებელია სისტემაზე დაკისრებული საერთო ფუნქციის შესრულების დროის, ასევე მატერიალური ან/და ფინანსური ხარჯების ოპტიმიზაცია (შემცირება). ამისათვის სისტემის ფუნქციური რესურსების მატრიცაში შეტანილი უნდა იქნას ცალკეული ფუნქციების მიმართ მფე-ბის დროითი დანახარჯები ან სხვა ხარჯები $C[c_i(f_j)]$ და (14.2) მოდელის რეალიზაცია.

მფე-ების ოპტიმალური შერჩევის მიზნით განვიხილოთ (14.1) ოპტიმიზაციის მოდელის გამოყენების მაგალითი. ვთქვათ, $A = \{a_1, a_2, ..., a_8\}$ სისტემის წინაშე, რომელიც შედგება რვა მფე-სგან, დგას ამოცანა 5 ელემენტით უზრუნველყოს $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ ფუნქციის

შესრულება დროის მოცემულ ინტერვალში. ამისათვის აუცილებელია 8-დან 5 საუკეთესო მფე-ს შერჩევა, რომლებსაც გააჩნიათ მოცემული ფუნქციების შესრულების უნარები. $A = \{a_1, a_2, ..., a_8\}$ სისტემის ელემენტების ფუნქციური რესურსების შეფასებები $\{f_1, f_2, ..., f_5\}$ ფუნქციების მიმართ მოცემულია ცხრილში 14.1:

ცხრილი 14.1

№	A/F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
1	a_1	0.92	0.98	0.95	0.00	0.90
2	a_2	0.94	0.96	0.00	0.93	0.93
3	a_3	0.00	0.90	0.97	0.94	0.91
4	a_4	0.96	0.99	0.98	0.00	0.92
5	a_5	0.00	0.98	0.00	0.96	0.00
6	a_6	0.95	0.00	0.90	0.00	0.94
7	a_7	0.00	0.93	0.92	0.00	0.00
8	a_8	0.97	0.94	0.00	0.99	0.96

14.1 ცხრილიდან მფე-ების ფუნქციური რესურსების ალბათური შეფასებების საფუძველზე ჩვენ შეგვიძლია შევაფასოთ მათი მრავალფუნქციურობის ხარისხი, უმტყუნობის ალბათობა და ფუნქციური სიმძლავრე (ფუნქციური რესურსების ალბათური შეფასებების ჯამი). შეფასების შედეგები მოცემულია ცხრილში 14.2.

ცხრილი 14.2

№	A სისტემის მფე-ები	მრავალფუნქც. კოეფიციენტი	უმტყუნობის ალბათობა	ფუნქციური სიმძლავრე
1	a_1	0.8000	0.99999	3.75
2	a_2	0.8000	0.99999	3.76
3	a_3	0.8000	0.99998	3.72
4	a_4	0.8000	1.00000	3.85
5	a_5	0.4000	0.99920	1.94
6	a_6	0.6000	0.99970	2.79
7	a_7	0.4000	0.99440	1.85
8	a_8	0.8000	1.00000	3.86

ორი ცხრილის 14.1 და 14.2 მონაცემების გაანალიზების შემდეგ, ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ რვა ელემენტიდან ხუთი საუკეთესო მფე-ს შერჩევისა და ფუნქციათა ოპტიმალური განაწილების ამოცანის ხელით გადაჭრა ძალიან შრომატევადია, ვინაიდან შერჩევის ვარიანტების საერთო რაოდენობა არის ჯუფთება რვიდან ხუთი:

$$N_1 = C_8^5 = 8!/[5!(8-5)!] = 56,$$

ხოლო რვა მფე-ს შორის ხუთი ფუნქციის განაწილების ვარიანტების რაოდენობა –

$$N_2 = A_8^5 = 8!/(8-5)! = 6720.$$

ამ პრობლემის გადაჭრა მფე-ების უმტყუნობის ალბათობებით ან/და მრავალფუნქციურობის კოეფიციენტებით არასწორი იქნება. მფე-ების ოპტიმალური შერჩევისა და ფუნქციების ოპტიმალური განაწილების მიზნით გამოყენებული უნდა იქნას ოპტიმიზაციის (14.1) მოდელი, რაც უზრუნველყოფს რვიდან ისეთი 5 მფე-ს შერჩევას და ფუნქციათა ისეთ განაწილებას, რომელიც გვაძლევს საუკეთესო შედეგს. ცხრილი 14.1-ის მონაცემების საფუძველზე (14.1) მოდელის გამოყენებით მივიღებთ შემდეგ ოპტიმალურ შედეგს:

$$S_1 = \begin{array}{ccc} a_4 & \rightarrow & f_1 \\ a_5 & \rightarrow & f_2 \\ a_3 & \rightarrow & f_3 \\ a_8 & \rightarrow & f_4 \\ a_6 & \rightarrow & f_5 \end{array}$$

მფე-ების ასეთი შერჩევით და ფუნქციების განაწილებით $F=\{f_1, f_2, ..., f_5\}$ ფუნქციის შესრულების ალბათობა არის $max[P(S_1)]=0,84924$.

შევადგინოთ ოპტიმალურად შერჩეული მფე-ების ფუნქციური რესურსების მატრიცა (იხილეთ ცხრილი 14.3).

ცხრილი 14.3

№	A/F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
1	a_4	0.96	0.99	0.98	0.00	0.92
2	a_5	0.00	0.98	0.00	0.96	0.00
3	a_3	0.00	0.90	0.97	0.94	0.91
4	a_8	0.97	0.94	0.00	0.99	0.96
5	a_6	0.95	0.00	0.90	0.00	0.94

შერჩეული ხუთი მფე $\{a_3, a_4, a_5, a_6, a_8\}$ გადავნომროთ თავიდან და $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ მფე-ს შორის $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ ფუნქციების განაწილების სხვადასხვა ვარიანტები და შესაბამისი ალბათური შეფასებები შევიტანოთ ცხრილი 14.4-ში.

ცხრილი 14.4

№	S	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	$P(S)$
1	S_1	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	0.84924
2	S_2	a_4	a_2	a_1	a_3	a_5	0.82315
3	S_3	a_1	a_4	a_3	a_2	a_5	0.78990
4	S_4	a_4	a_1	a_3	a_2	a_5	0.84058
5	S_5	a_4	a_3	a_1	a_2	a_5	0.77204
6	S_6	a_1	a_2	a_5	a_3	a_4	0.76408
7	S_7	a_5	a_2	a_1	a_3	a_4	0.82333
8	S_8	a_1	a_3	a_5	a_2	a_4	0.71664
9	S_9	a_5	a_1	a_3	a_2	a_4	0.84076

10	S_{10}	a_5	a_3	a_1	a_2	a_4	0.77221
11	S_{11}	a_1	a_2	a_5	a_4	a_3	0.76281
12	S_{12}	a_5	a_2	a_1	a_4	a_3	0.82196
13	S_{13}	a_1	a_4	a_5	a_2	a_3	0.70950
14	S_{14}	a_4	a_1	a_5	a_2	a_3	0.75503
15	S_{15}	a_5	a_4	a_1	a_2	a_3	0.76452
16	S_{16}	a_5	a_2	a_3	a_4	a_1	0.82252
17	S_{17}	a_4	a_2	a_5	a_3	a_1	0.73987
18	S_{18}	a_4	a_3	a_5	a_2	a_1	0.69393
19	S_{19}	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	0.76504

სისტემის ფუნქციონირების უმოკლესი გზების დიდი რაოდენობის შემთხვევაში მიზანშეწონილია ფუნქციონირების ისეთი გზების ამორჩევა, რომლებიც აკმაყოფილებენ ჩვენ მიერ დასმულ პირობებს. მაგალითად, თუ გვსურს, რომ მივიღოთ მხოლოდ ისეთი ფუნქციონირების გზების ვარიანტები, რომელთა ალბათური შეფასებები გამოთვლილია თითოეული ელემენტის ფუნქციური შესაძლებლობის ალბათური შეფასებისთვის $p_i \geq 0.92$, მაშინ 19-ის ნაცვლად გვექნება ფუნქციონირების 8 უმოკლესი გზა მაღალი ალბათური მაჩვენებლებით (ცხრილი 14.5):

ცხრილი 14.5

№	S	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	$P(S)$
1	S_1	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	0.84924
2	S_2	a_4	a_2	a_1	a_3	a_5	0.82315
3	S_3	a_1	a_4	a_3	a_2	a_5	0.78990
4	S_4	a_4	a_1	a_3	a_2	a_5	0.84058
5	S_7	a_5	a_2	a_1	a_3	a_4	0.82333
6	S_9	a_5	a_1	a_3	a_2	a_4	0.84076
7	S_{16}	a_5	a_2	a_3	a_4	a_1	0.82252
8	S_{19}	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	0.76504

მფე-ების ასეთი ურთიერთშენაცვლების სქემით წინასწარ შეგვიძლია განვსაზღვროთ სისტემის მოქნილობა და ოპტიმალური მანევრირების ვარიანტები ელემენტთა ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში.

სტრუქტურულად გადაწყობადი, რეკონფიგურირებადი სისტემის ფუნქციონირების პროცესში, სხვადასხვა მიზეზის გამო, ხშირად დგება ერთი ან რამდენიმე მწყობრიდან გამოსული ელემენტის ერთდროულად შეცვლის აუცილებლობა. შემცვლელი ელემენტები შესაძლებელია მოიძებნოს სარეზერვო მფე-ებიდან, რომლებიც პირველადი შერჩევის პროცესში ვერ მოხვდნენ შერჩეული მფე-ების ჯგუფში.

ოპტიმალური ჩანაცვლების განსახორციელებლად მწყობრიდან გამოსული მფე-ების შეცვლის მიზნით ფუნქციური რესურსების მატრიცაში (ცხრილი 14.1) უნდა განულდეს მწყობრიდან გამოსული მფე-ების შესაბამისი სტრიქონები. მიღებული მატრიცა თავიდან უნდა დამუშავდეს ოპტიმიზაციის (14.1) მოდელის საშუალებით, რის შედეგადაც გან-ხორციელდება ახალი მფე-ების ოპტიმალური შერჩევა და ფუნქციების განაწილება.

მაგალითი. ვთქვათ სისტემის ფუნქციონირების პროცესში აუცილებელი შეიქნა მწყო-ბრიდან გამოსული a_5 და a_6 მფე-ების შეცვლა დროებით ან მუდმივად. ცხრილი 14.1-ში უნდა განულდეს მე-5 და მე-6 სტრიქონები და უნდა შესრულდეს (14.1) ოპტიმიზაციის ამოცანა. მივიღებთ ასეთ შედეგს:

$$S_1^* = \begin{array}{ccc} a_4 & \rightarrow & f_1 \\ a_1 & \rightarrow & f_2 \\ a_3 & \rightarrow & f_3 \\ a_8 & \rightarrow & f_4 \\ a_2 & \rightarrow & f_5 \end{array}$$

ამგვარად, სისტემის ფუნქციონირების პროცესში a_5 და a_6 მფე-ების ნაცვლად ჩაერ-თვებიან a_1 და a_2 ელემენტები. სისტემაზე დაკისრებული $F=\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ ფუნქციის შე-სრულების ალბათური შეფასება იქნება $P(S_1^*)=0.8402$, რაც საუკეთესო მაჩვენებელია პირ-ველი ვარიანტის შემდეგ.

აღწერილი მეთოდით ნებისმიერი მფე-ის სრული მტყუნების შემთხვევაში შესაძლებელი იქნება მისი ჩანაცვლება სარეზერვო ელემენტით (ასეთის არსებობის შემთხვევაში), რი-თაც უზრუნველყოფილი იქნება სისტემაზე დაკისრებული ყველა ფუნქციის შესრულება ფუნქციონირების საუკეთესო გზით.

14.2. მფე-ების ოპტიმალური ურთიერთშენაცვლება

სისტემის ფუნქციონირების პროცესში მრავალფუნქციური ელემენტების ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების გაგრძელების მიზნით მიზანშეწონილია მფე-ების ურთიერთშენაცვლება ისე, რომ უზრუნველყოფილი იყოს სისტემაზე დაკისრებული ყველა ფუნქციის შესრულება მაქსიმალური ეფექტიანობით. ურთიერთშენაცვლების პროცესის მოდელირებისას აუცილებელია გავითვალისწინოთ მფე-ების დამოუკიდებელი ან დამოკიდებული ნაწილობრივი მტყუნებები. მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნება დამოუკიდებელია თუ ელემენტის მიერ ერთი ფუნქციის შესრულების უნარის დაკარგვა არ მოქმედებს დანარჩენი ფუნქციების შესრულების უნარზე. მფე-ს ნაწილობრივი მტყუნება დამოკიდებულია თუ ელემენტის მიერ ერთი ფუნქციის შესრულების უნარის დაკარგვა იწვევს დანარჩენი ფუნქციების შესრულების უნარის ცვლილებას. ასევე აუცი-ლებელია გავითვალისწინოთ მფე-ების აღდგენადობა ან არააღდგენადობა. მფე-ების ურთი-ერთშენაცვლების მოდელის დემონსტრირების მიზნით განვიხილოთ 14.1 პარაგრაფში 8-დან შერჩეული 5 მფე $A=\{a_4, a_5, a_3, a_8, a_5\}$ და შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები $a_4=a_1$, $a_5=a_2$, $a_3=a_3$, $a_8=a_4$, $a_6=a_5$. მაშინ ცხრილი 14.3 მიიღებს ცხრილი 14.6-ის სახეს:

ცხრილი 14.6

№	A/F	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
1	a_1	0.96	0.99	0.98	0.00	0.92
2	a_2	0.00	0.98	0.00	0.96	0.00
3	a_3	0.00	0.90	0.97	0.94	0.91
4	a_4	0.97	0.94	0.00	0.99	0.96
5	a_5	0.95	0.00	0.90	0.00	0.94

ფუნქციონირების გზა S_1 კი ჩაიწერება ასე:

$$S_1 = \begin{matrix} a_1 & \rightarrow & f_1 \\ a_2 & \rightarrow & f_2 \\ a_3 & \rightarrow & f_3 \\ a_4 & \rightarrow & f_4 \\ a_5 & \rightarrow & f_5 \end{matrix}$$

რომლის ალბათური შეფასება არის $P(S_1)=0.84924$ (იხილეთ ცხრილი 14.4).

ვთქვათ, სისტემის ფუნქციონირების რაღაც მომენტში, გარეგანი თუ შინაგანი ფაქტორების ზემოქმედებით, მფე a_1 კარგავს f_1 ფუნქციის შესრულების უნარს, მაგრამ ის ინარჩუნებს უნარს მისი ფუნქციური შესაძლებლობებიდან გამომდინარე შეასრულოს სისტემაზე დაკისრებული სხვა ფუნქცია, ასეთებია $\{f_2, f_3, f_5\}$ (იხილეთ ცხრილი 14.6). ასეთ შემთხვევაში სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების გაგრძელების მიზნით უნდა მოვახდინოთ a_1 მფე-ს სხვა ელემენტთან ოპტიმალური ურთიერთშენაცვლება, რისთვისაც უნდა გამოვიყენოთ (14.1) ოპტიმიზაციის მოდელი. თავდაპირველად ოპტიმიზაციის პროგრამულ უზრუნველყოფაში 14.3 ცხრილის მატრიცაში უნდა გავანულოთ $p_1(f_1)$ ალბათობა და შევასრულოთ (14.1) ოპტიმიზაციის ამოცანა, მივიღებთ:

$$S_4 = \begin{matrix} a_4 & \rightarrow & f_1 \\ a_1 & \rightarrow & f_2 \\ a_3 & \rightarrow & f_3 \\ a_2 & \rightarrow & f_4 \\ a_5 & \rightarrow & f_5 \end{matrix}$$

როგორც ვხედავთ (14.1) ოპტიმიზაციის მოდელის გამოყენებით ცხრილი 14.4-დან სისტემის სტრუქტურის სამმაგი გადაწყობით შეირჩა სისტემის ფუნქციონირების S_4 გზა ალბათობით $P(S_4)=0,84058$.

განვაგრძოთ A სისტემის ელემენტთა ნაწილობრივი მტყუნების იმიტაცია ფუნქციური რესურსების ამოწურვამდე. ვთქვათ, ახლა მფე a_3 კარგავს f_3 ფუნქციის შესრულების უნარს. სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების გასაგრძელებლად (14.1) ოპტიმიზაციის მოდელი

დარჩენილი ფუნქციონირების გზებიდან 14.4 ცხრილიდან შეარჩევს საუკეთესოს ალბათური მაჩვენებლით $P(S_{12}) = 0{,}82196$:

$$S_{12} = \begin{array}{ccc} a_5 & \rightarrow & f_1 \\ a_2 & \rightarrow & f_2 \\ a_1 & \rightarrow & f_3 \\ a_4 & \rightarrow & f_4 \\ a_3 & \rightarrow & f_5 \end{array}$$

ახლა განვიხილოთ a_4 მფე-ს მიერ f_4 ფუნქციის შესრულების უნარის დაკარგვის შემთხვევა. ზემოთ აღწერილი პროცედურების ჩატარების შემდეგ (14.1) მოდელი მოგვცემს შემდეგ შედეგს: სისტემა გადაერთვება S_2 ფუნქციონირების გზაზე ალბათობით $P(S_2) = 0{,}82315$. ელემენტებს შორის ფუნქციათა განაწილების ახალ სქემას ექნება ასეთი სახე:

$$S_2 = \begin{array}{ccc} a_4 & \rightarrow & f_1 \\ a_2 & \rightarrow & f_2 \\ a_1 & \rightarrow & f_3 \\ a_3 & \rightarrow & f_4 \\ a_5 & \rightarrow & f_5 \end{array}$$

a_5 ელემენტის მიერ f_5 ფუნქციის დაკარგვის შემთხვევაში სისტემის ოპტიმალური მანევრი იქნება S_7 გზაზე გადართვა, რომლის ალბათური მაჩვენებელია $P(S_7) = 0.82333$, ელემენტებს შორის ფუნქციების გადანაწილების სქემას კი ექნება ასეთი სახე:

$$S_7 = \begin{array}{ccc} a_5 & \rightarrow & f_1 \\ a_2 & \rightarrow & f_2 \\ a_1 & \rightarrow & f_3 \\ a_3 & \rightarrow & f_4 \\ a_4 & \rightarrow & f_5 \end{array}$$

სისტემის S_7 გზით ფუნქციონირებისას თუ a_3 ელემენტი დაკარგავს f_4 ფუნქციის შესრულების უნარს სისტემის ოპტიმალური მანევრი იქნება S_{14} გზაზე გადართვა, რომლის ალბათური მაჩვენებელია $P(S_{14})$=0.75503, ელემენტებს შორის ფუნქციების გადანაწილების სქემას კი ექნება ასეთი სახე:

$$S_{14} = \begin{array}{ccc} a_4 & \rightarrow & f_1 \\ a_1 & \rightarrow & f_2 \\ a_5 & \rightarrow & f_3 \\ a_4 & \rightarrow & f_4 \\ a_3 & \rightarrow & f_5 \end{array}$$

თუ ფუნქციების ასეთი განაწილებით მფე a_5 დაკარგავს f_3 ფუნქციის შესრულების უნარს, მაშინ მოხდება მისი სრული მტყუნება და, შესაბამისად, სისტემა ველარ შეძლებს ფუნქციონირების გაგრძელებას. ამ შემთხვევაში სისტემის ფუნქციონირების გასაგრძელებლად აუცილებელია a_5 მფე-ის მთლიანად შეცვლა სარეზერვო ელემენტით.

აქ ჩვენ განვიხილეთ სისტემის ფუნქციური რესურსების ამოწურვის ერთ-ერთი შესაძლო სქემა. რეალურად, სისტემის ფუნქციური რესურსების ამოწურვის პროცესი შემთხვევითია და არაპროგნოზირებადი. ცხადია, თუ ამ გზით განვიხილავთ ელემენტების მიერ ფუნქციური შესაძლებლობების დაკარგვის ყველა ვარიანტს და მათ შორის ფუნქციების ყველა სახის გადანაწილებას, მაშინ წარმოიქმნება განსხვავებული ვარიანტების დიდი რაოდენობა. იმისათვის, რომ განხორციელდეს რთული სისტემის მრავალფუნქციური ელემენტების ურთიერთშენაცვლების ოპტიმალური მართვა, აუცილებელია ამოცანა გადაიჭრას კომპიუტერის გამოყენებით ელემენტების ურთიერთშენაცვლების ავტომატიზებული მოდელირების საშუალებით.

14.3. მფე–ების ფუნქციებისა და ტექნიკური საშუალებების განაწილება

პრაქტიკაში ხშირად ჩნდება პრობლემა, როდესაც ფუნქციების განაწილება აუცილებელია არა მხოლოდ სისტემის ელემენტებს შორის, არამედ ფუნქციონირების დამხმარე ტექნიკურ საშუალებებს შორისაც. ელემენტებს შორის ფუნქციების განაწილების პრობლემის გადაჭრისას აუცილებელია გავითვალისწინოთ ფუნქციონირების ტექნიკური საშუალებების ვარგისიანობის ხარისხი მოცემულ ფუნქციებთან მიმართებაში.

ვთქვათ სისტემა A შედგება $n > 1$ მრავალფუნქციური ელემენტებისგან, რომლებსაც დაკისრებული აქვთ $m > 1$ ფუნქციების შესრულება მრავალფუნქციური ტექნიკური საშუალებებით. დავუშვათ, რომ ყველა მფე არის ფუნქციურად სრული $k_i = m, i \in [1, n]$, ანუ თითოეულ მფე-ს აქვს ყველა მოცემული ფუნქციის შესრულების უნარი, მაგრამ განსხვავებული ეფექტიანობით $p[a_i(f_j)] \neq p[a_i(f_j + 1)]$, $j \in [1, m–1]$. დავუშვათ, რომ ფუნქციონირების დამხმარე ტექნიკური საშუალებები შესაძლებელს ხდის მათზე ყველა ფუნქციის შესრულებას, მაგრამ ეფექტიანობის ხარისხი სხვადასხვა ფუნქციებთან მიმართებაში განსხვავებულია $p[g_i(f_j)] \neq p[g_i(f_j + 1)]$, $j \in [1, m–1]$. ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: მფე-ებს შორის ისე გავანაწილოთ სისტემაზე დაკისრებული ფუნქციები და ფუნქციონირების ტექნიკური საშუალებები, რომ უზრუნველყოფილი იყოს სისტემაზე დაკისრებული $F = \{f_j / j \in [1, m]\}$ ფუნქციის შესრულების მაქსიმალური ეფექტიანობა.

დასმული ამოცანის გადაჭრის ილუსტრირება მოვახდინოთ მარტივ მაგალითზე. ვთქვათ, სისტემა A წარმოადგენს ორი მრავალფუნქციური სპეციალისტისგან შემდგარ საპროექტო ჯგუფს $A = \{a_1, a_2\}$, რომელმაც გარკვეული პერიოდის განმავლობაში უნდა შეასრულოს სივრცული მონაცემების გეოგრაფიული ინფორმაციული სისტემის (GIS) შექმნის $F = \{f_1, f_2\}$ ამოცანა. ვთქვათ f_1 არის GIS-ის ფენების შექმნისა და მათზე ობიექტთა განთავსების ფუნქცია, f_2 – სივრცული მონაცემების მოძიების, დამუშავების, პროექტის ტექსტური და გრაფიკული დოკუმენტის მომზადების ფუნქცია. ეს ორი ფუნქცია უნდა გადანაწილდეს მრავალფუნქციურ სპეციალისტებს შორის. ამავე დროს, საპროექტო ჯგუფის განკარგულებაშია ორი სხვადასხვა სიმძლავრისა და სპეციფიკაციის კომპიუტერული ტექნიკა $G = \{g_1, g_2\}$, რომლებზეც ასევე შესაძლებელია ორივე ფუნქციის $\{f_1, f_2\}$ შესრულება სხვადასხვა ეფექტიანობით.

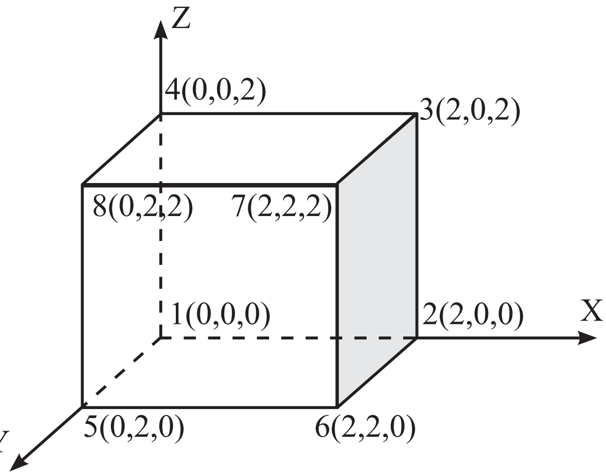
ვთქვათ მფე-ების მიერ ფუნქციათა შესრულების ალბათობების მატრიცა ასეთია:

$$P[A(F)] = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} a_1 & a_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \end{array} & \begin{Vmatrix} 0{,}99 & 0{,}92 \\ 0{,}90 & 0{,}96 \end{Vmatrix} \end{array}$$

კომპიუტერებზე მოცემული ფუნქციების შესრულების ალბათობების მატრიცა კი ასეთი:

$$P[G(F)] = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} a_1 & a_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \end{array} & \begin{Vmatrix} 0{,}98 & 0{,}76 \\ 0{,}99 & 0{,}98 \end{Vmatrix} \end{array}$$

$P[A(F)]$ და $P[G(F)]$ მატრიცების გაერთიანება გვაძლევს 3-განზომილებიან კუბურ ალბათურ მატრიცას $P\{A[G(F)]\}$ (სურ. 14.1).



სურ. 14.1. $P\{A[G(F)]\}$ მატრიცის შესაბამისი 3-განზომილებიანი კუბი

საპროექტო ჯგუფის მრავალფუნქციურ სპეციალისტებს შორის ფუნქციებისა და კომპიუტერების განაწილების ვარიანტები და ფუნქციონირების გზები იქნება:

$$S_1 = a_1[g_1(f_1)]\,\&\,a_2[g_2(f_2)],$$

$$S_2 = a_1[g_1(f_2)]\,\&\,a_2[g_2(f_1)],$$

$$S_3 = a_1[g_2(f_1)]\,\&\,a_2[g_1(f_2)],$$

$$S_4 = a_1[g_2(f_2)]\,\&\,a_2[g_1(f_1)].$$

$P\{A[G(F)]\}$ მატრიცის ელემენტების ნამრავლი იძლევა მრავალფუნქციური სპეციალისტების მიერ სხვადასხვა კომპიუტერზე მოცემული ფუნქციების შესრულების ეფექტიანობის სხვადასხვა მნიშვნელობებს. ამრიგად, პროექტის სპეციალისტის a_1-ის მიერ f_1 ფუნქციის g_1 კომპიუტერზე შესრულების ალბათობა იქნება:

$$p_{111} = p[a_1(f_1)] \times p[g_1(f_1)] = 0{,}9702$$

ანალოგიურად გამოითვლება დანარჩენი ვარიანტებიც:

$$p_{112}=p[a_1(f_2)]\times p[g_1(f_2)]=0{,}6992,$$

$$p_{121}=p[a_1(f_1)]\times p[g_2(f_1)]=0{,}9801,$$

$$p_{122}=p[a_1(f_2)]\times p[g_2(f_2)]=0{,}9016,$$

$$p_{211}=p[a_2(f_1)]\times p[g_1(f_1)]=0{,}8820,$$

$$p_{212}=p[a_2(f_2)]\times p[g_1(f_2)]=0{,}7296,$$

$$p_{221}=p[a_2(f_1)]\times p[g_2(f_1)]=0{,}8910,$$

$$p_{222}=p[a_2(f_2)]\times p[g_2(f_2)]=0{,}9408.$$

ფუნქციონირების უმოკლესი გზებიდან გამომდინარე სისტემის ფუნქციონირების ვარიანტების ალბათური მაჩვენებლები იქნება:

$$P(S_1)=p_{111}\times p_{222}=0{,}912764$$

$$P(S_2)=p_{112}\times p_{221}=0{,}622987$$

$$P(S_3)=p_{121}\times p_{212}=0{,}715081$$

$$P(S_4)=p_{122}\times p_{211}=0{,}795211$$

მიღებული შედეგებიდან გამომდინარე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ფუნქციონირების ყველაზე უფრო მაღალი ეფექტიანობა უზრუნველყოფილი იქნება, როდესაც a_1 სპეციალისტი g_1 კომპიუტერზე შეასრულებს f_1 ფუნქციას, ხოლო a_2 სპეციალისტი g_2 კომპიუტერზე შეასრულებს f_2 ფუნქციას – $P(S_1)$ = 0,912764. ეფექტიანობის შემდეგი ყველაზე კარგი ვარიანტია, როდესაც a_1 სპეციალისტი g_2 კომპიუტერზე შეასრულებს f_2 ფუნქციას, ხოლო a_2 სპეციალისტი g_1 კომპიუტერზე შეასრულებს f_1 ფუნქციას – $P(S_4)=p_{122}\times p_{211}=0{,}795211$.

მსგავსი ოპტიმიზაციის ამოცანების ამოხსნა სამგანზომილებიანი მატრიცებისთვის მიზანშეწონილია, მაგალითად, პარალელური გამოთვლების ეფექტიანობის ამაღლების მიზნით მულტიპროცესორულ კომპიუტერებში ან სხვადასხვა სპეციფიკაციისა და სიმძლავრის კომპიუტერებისგან შემდგარი კომპიუტერული კლასტერებისთვის. ამისათვის საჭირო იქნება ოპტიმიზაციის მოდელის შემუშავება სამგანზომილებიანი მატრიცებისთვის, რაც შემდგომი კვლევის თემატიკას წარმოადგენს.

დავალება 14

თეორიული საკითხები:

1. დაწერეთ მრავალფუნქციური ელემენტების მფე შერჩევისა და ფუნქციების განაწილების ეფექტიანობის მაქსიმიზაციის (ოპტიმიზაციის) ამოცანის ზოგადი მოდელი.
2. დაწერეთ მრავალფუნქციური ელემენტების შერჩევისა და ფუნქციების განაწილების დანახარჯების მინიმიზაციის (ოპტიმიზაციის) ამოცანის ზოგადი მოდელი.

პრაქტიკული დავალება:

3. ვთქვათ $n > m = k_i$, $n = 4$, $i\in[1,3]$ პარამეტრების მქონე სისტემამ $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, რომელიც შედგება ოთხი 3-ფუნქციური მფე-სგან, მოცემული T დროის ინტერვალში პარალელურ რეჟიმში უნდა შეასრულოს $F=\{f_1,f_2,f_3\}$ ფუნქცია. მოახდინეთ A სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების S_q უმოკლესი გზების ფორმირება და ჩაწერეთ 14.4 ცხრილის სახით.
4. გამოთვალეთ A სისტემის წარმატებული ფუნქციონირების S_q უმოკლესი გზების ალბათური შეფასებები და შედეგები მიუწერეთ 14.4 ცხრილის სახით მიღებულ მატრიცას თუ მფე-ების ფუნქციური შესაძლებლობების ალბათურ მატრიცას აქვს შემდეგი სახე:

№	A/F	f_1	f_2	f_3
1	a_1	0.96	0.98	0.97
2	a_2	0.99	0.98	0.94
3	a_3	0.95	0.92	0.96
4	a_4	0.97	0.94	0.99

5. განსაზღვრეთ 4-დან სამი მფე-ს ოპტიმალური შერჩევისა და მფე-ებს შორის ფუნქციათა განაწილების საუკეთესო ვარიანტი.
6. მოცემულია ორი 2-ფუნქციური ელემენტით დაკომპლექტებული სისტემა $A=\{a_1, a_2\}$, რომელსაც დაკისრებული აქვს $F=\{f_1,f_2\}$ ფუნქციის შესრულება $G=\{g_1, g_2\}$ ტექნიკური საშუალებების გამოყენებით. განსაზღვრეთ და ლოგიკური ფუნქციის სახით ჩაწერეთ მრავალფუნქციურ ელემენტებს შორის ფუნქციებისა და ტექნიკური საშუალებების განაწილების ვარიანტები და ფუნქციონირების გზები.
7. მოცემულია a_1 და a_2 ელემენტების მიერ f_1 და f_2 ფუნქციების შესრულების ალბათობები $p[a_1(f_1)]=0.98$, $p[a_1(f_2)]=0.96$, $p[a_2(f_1)]=0.95$, $p[a_2(f_2)]=0.99$. ასევე მოცემულია g_1 და g_2 ტექნიკური საშუალებების მიერ f_1 და f_2 ფუნქციების შესრულების ალბათობები: $p[g_1(f_1)]=0.94$, $p[g_1(f_2)]=0.95$, $p[g_2(f_1)]=0.93$, $p[g_2(f_2)]=0.92$. განსაზღვრეთ a_1 და a_2 ელემენტების მიერ g_1 და g_2 ტექნიკური საშუალებებით f_1 და f_2 ფუნქციების შესრულების ალბათობები.
8. მე-7 პუნქტში მოცემული საწყისი მონაცემებით გამოთვალეთ $A=\{a_1, a_2\}$ სისტემის ფუნქციონირების ვარიანტების ალბათური მაჩვენებლები და განსაზღვრეთ ელემენტებს შორის ფუნქციებისა და ტექნიკური საშუალებების განაწილების საუკეთესო ვარიანტი.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Клод Шеннон. Работы по Теории Информации и Кибернетике. Издательство Иностранной Литературы, Москва, 1963.
2. კ. ოდიშარია, ს. ხოშტარია, ჯ. ებანოიძე. სისტემების და პროცესების მოდელირება. საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, UDC 0049 b818, თბილისი, 2011.
3. სისტემა – განმარტება – www.ganmarteba.ge .
4. Рябинин И.А. Логико-вероятностный анализ проблем надежности и безопасность (ЛВА НЖБ ССС). Palmarium Academic Publishing, Saarbrucken, Deutschland, 2012, 272 с.
5. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. – СПб, – Политехника, 2000, – 248 с.
6. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. М., „Радио и связь“, 1981.
7. Рябинин И.А., Парфенов Ю.М. Определение „веса“ и „значимости“ отдельных элементов при оценке надежности сложной системы. Изд. АН СССР Энергетика и транспорт,1978 № 6.
8. А.А. Воронин Б.И. Морозов. Надежность Информационных Систем. Санкт-Петербург, Издательство СПбГТУ, 2001.
9. ზაზა დავითაძე. კომპიუტერის ელექტრონული და ლოგიკური საფუძვლები. ბათუმი, 2021, https://www.slideshare.net/zaza194537/ss-250110625 .
10. Mathematical Logic. Part One, https://web.stanford.edu/class/archive/cs/cs103/cs103.1132/lectures/09/Small09.pdf .
11. Elliott Mendelson. Introduction to Mathematical Logic. Fourth Editin. Queens College of the City University of New York, 1997, https://www.karlin.mff.cuni.cz/~krajicek/mendelson.pdf .
12. როლანდ ომანაძე, არჩილ ყიფიანი. მათემატიკური ლოგიკა და დისკრეტული მათემატიკა. ლექციების კურსი. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, 2011. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://digitallibrary.tsu.ge/book/2020/lectures/lecture/roland-omanadze-archil%20kipiani-mat-logika-da-diskretuli-matematika.pdf .
13. Tsiramua S.G., Kashmadze R.V. Designing of Highily Effective „Human-Computer“ Systems, Based on Multifunctional Elements. Proceedings of the Fifth International Conference on Human-Computer Interaction, Orlando, Florida, USA, 1993.
14. S. Tsiramua. Logical-probabilistic modeling of organizational tasks for complex „Human-machine“ systems based on multifunctional operators. Theory and information technology for modeling the security of complex systems. Ed. I.A. Ryabinin. Preprint 123 – Issue No.5. St. Petersburg, 1995.
15. S. Tsiramua. Computer System of Evaluation and Management of Multi-functional Staff of Agricultural Units. Perspectives of Modern Information and Communication Systems in Agriculture, Food Production and Environmental Control (Volume B). Second European Conference of the Federation for Information Technology in Agriculture, Food and the Environment. September 27-30, 1999, Bonn, Germany. pp. 819-827.
16. S. Tsiramua, I. Basheleishvili. Model of Reliability of Complex Multifunctional Systems. Proceedings of the VII International Scientific-practical Conference „Internet and Society”. July 10-11, 2015, Kutaisi. pp. 175-178.
17. Sergo Tsiramua, Irakli Basheleishvili. The Elaboration Algorithm for selection and Functions Distribution of Multifunctional Personnel. International Journal of Trend in Scientific Research and Development (IJTSRD), Volume-1, Issue-5. www.ijtsrd.com, 2017, p. 828.
18. Серго Цирамуа. Надежность систем: Организационное проектирование высоконадежных человека-машинных систем на базе многофункциональных операторов. Изд. Lambert Academic Publishing, 2017. Книга, стр. 207.

19. Цирамуа Г.С. Об одном методе построения сложных многофункциональных систем с высоким уровнем надежности. „Управляющие вычислительные машины и системы“, М., „Энергия“, 1967, стр. 83.
20. Цирамуа Г.С. Дискретные системы переменной структуры. Москва, „Знание“, 1970.
21. Tsiramua S.G., Sulkhanishvili S.V. Quantitative Evaluation Models of the Structural Reliability of Complex Systems. Georgian Engineering News. # 4 (vol. 76), ISSN 1512-0287, Tbilisi, 2015, p. 23.
22. სერგო ცირამუა. რთული სტრუქტურის სისტემების ლოგიკურ-ალბათური მოდელირება. ელექტრონული სალექციო კურსი (pdf). საქართველოს უნივერსიტეტი, თბილისი, 2014.
23. S. Tsiramua. Logical-Probability Model of Reliability of Complex Systems Based on Multifunctional Elements. Proceedings of the X Scientific Conference of the Union of Mathematicians of Georgia, Batumi, 2019.
24. რევაზ გრიგოლია. ფაზილოგიკის საფუძვლები. ლექციათა კურსი. პეტრ ჰაეკის წიგნის „ფაზილოგიკის მეტამათემატიკა“0-ს საფუძველზე. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისის, 2011. https://digitallibrary.tsu.ge/book/2020/lectures/Fazi-logikis-SafuZvlebi.pdf .
25. George J. Klir and Bo Yuan. Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1995. Book, 591 p.
26. Sergo Tsiramua. Optimal Management of Systems with Reconfigurable Structure. Proceedings of the XII Scientific Conference of the Union of Mathematicians of Georgia, Batumi, 2022.
27. Tsiramua Sergo, Meladze Hamlet, Davitashvili Tinatin. Difference schemes of increased order of accuracy for systems of elliptic and parabolic equations with constant coefficients. Proceedings of the XIII Scientific Conference of the Union of Mathematicians of Georgia, Batumi, 2023.
28. Tsiramua Sergo, Meladze Hamlet, Davitashvili Tinatin. Reconfigurable systems based on multifunctional elements. Proceedings of the XIII Scientific Conference of the Union of Mathematicians of Georgia, Batumi, 2023.
29. Tsiramua Sergo, Meladze Hamlet, Davitashvili Tinatin. The Systems with Reconfigurable Structure Based on Multifunctional Elements. Proceedings of the 14th International Conference on Computer Science and Information Technologies CSIT 2023, Erevan, 2023.
30. T. Davitashvili, H. Meladze. Some Algorithms of Solving the Systems of Nonlinear Algebraic Equations on Parallel Computing Systems // Information and Computer Technology, Modeling and Control, Series: Computer Science, Technology and Applications, Book Chapter #7, NOVA Science Publishers, USA, 2017, pp. 69-84.
31. Ya. A. Kraeva & M. L. Zymbler. A Parallel Discord Discovery Algorithm for a Graphics Processor. Pattern Recognition and Image Analysis volume 33, pp.101-112 (2023).
32. Klaus Waldschmidt, Jan Haase, Andreas Hofmann, Markus Damm, Dennis Hauser. Reliability-Aware Power Management Of Multi-CoreSystems (MPSoCs). Technische Informatik, J. W. Goethe Universitat Post Box 11 19 32, 60054 Frankfurt a. M., Germany, 2006.
33. Arun K. Kanuparthi, Ramesh Karri. Reliable Integrity Checking in Multicore Processors. 2015, ACM Trans. Architek. Code Optim. 12,2, Article 10 (May 2015), 23 pages.
34. Hadi Hajimiri, Somnath Paul, Anandaroop Ghosh, Swarup Bhunia, Prabhat Mishra. Reliability improvement in multicore architectures through computing in embedded memory. 2011 IEEE 54th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS), 2011.
35. Ajeya Naithani, Stijn Eyerman, Lieven Eeckhout. Reliability-Aware Scheduling on Heterogeneous Multicore Processors. 2017 IEEE International Symposium on High Performance Computer Architecture (HPCA), 2017.
36. Carlos Villalpando, David Rennels, Raphael Some, Manuel Cabanas-Holmen. Reliable multicore processors for NASA space missions. Aerospace Conference Proceedings, 2011 IEEE, 2011.
37. Gu Yingkui, Li Jing. Multi-State System Reliability: A New and Systematic Review. 2012 International Workshop on Information and Electronics Engineering, 2012.