

აკაკი ცომაია

თამაშთა თეორია

საქართველოს უნივერსიტეტის გამომცემლობა

თბილისი

2020

თამაშთა თეორია

ავტორი - აკაკი ცომაია

რედაქტორი - მარინა ჟღენტი

ტექნიკური რედაქტორი - ნინო სუარიძე

ყდის დიზაინერი - მარი ვერულაშვილი

საქართველოს უნივერსიტეტი © 2020. ყველა სახის ციფრული ან ბეჭდური სახით გავრცელება წინამდებარე წიგნში არსებული მასალისა კომერციული მოგების მიზნით საქართველოს უნივერსიტეტთან შეთანხმების გარეშე აკრძალულია.

ISBN 978-9941-9666-2-0

საქართველოს უნივერსიტეტი
საქართველო, თბილისი. 0175
მ. კოსტავას 77ა, კორპუსი IV
Email: ug@ug.edu.ge

სარჩევი

წინასიტყვაობა-----	ix
--------------------	----

შესავალი. მათემატიკა თამაშთა თეორიაში

1. სიმრავლეები და მიმდევრობა (სეკვენსი)-----	xi
2. ფუნქციები-----	xiv
3. კალკულუსი და ოპტიმიზაცია-----	xvii
4. ალბათობა და შემთხვევითი სიდიდეები-----	xxiii

ნაწილი I. რაციონალური გადაწყვეტილება

თავი 1. თამაშთა თეორიის არსი და გადაწყვეტილების მიღების პრობლემა -----	1
1.1 მოქმედებები, შედეგები და პრეფერენციები -----	3
1.2 რაციონალური არჩევანის პარადიგმა -----	8
1.3 სავარჯიშოები -----	10
თავი 2. გაურკვევლობა და დროის ფაქტორი -----	14
2.1 რისკი განგება და შემთხვევითი შედეგი -----	16
2.2 მოსალოდნელი ღირებულება -----	19
2.2.1 მოსალოდნელი სარგებელი: სასრული რაოდენობის შემთხვევა -----	19
2.2.2 მოსალოდნელი სარგებელი: უსასრულო რაოდენობის შემთხვევა -----	20
2.2.3 დამოკიდებულება რისკის მიმართ -----	21
2.2.4 სანკტ-პეტერბურგის პარადოქსი -----	22
2.3 რაციონალური გადაწყვეტილების მიღება გაურკვეველ გარემოში -----	23
2.3.1 ისევ რაციონალიზმის პირობა -----	23
2.3.2 მოსალოდნელი სარგებლის მაქსიმიზაცია -----	24
2.4 გადაწყვეტილება დროის ფაქტორის გათვალისწინებით -----	26
2.4.1 უკუსვლითი ინდუქცია -----	26
2.4.2 მომავალი სარგებლის დისკონტირება -----	29
2.5 თეორიის გამოყენება -----	30
2.5.1 ინფორმაციის ღირებულება -----	30
2.5.2 დისკონტირებული მომავალი მოხმარება -----	32
2.6 თეორია და პრაქტიკა -----	32
2.7 სავარჯიშოები -----	33

ნაწილი II. სრული ინფორმაციის სტატისტიკური თამაშები

თავი 3. თამაშის წინაპირობები -----	42
3.1 ნორმალური თამაში და წმინდა სტრატეგიები -----	46

3.1.1 მაგალითი: პატიმრების დილემა	49
3.1.2 მაგალითი: კურნოს დუოპოლია	50
3.1.3 მაგალითი: კენჭისყრა დღის წესრიგზე	51
3.2 ნორმალური თამაშის მატრიცული წარმოდგენა: ორი მოთამაშის	
სასრული თამაში	51
3.2.1 პატიმრების დილემა	52
3.2.2 მაგალითი: ქალაქი-ქვა-მაკრატელი	53
3.3 თამაშის გადაწყვეტის კონცეფცია	53
3.3.1 ძირითადი დაშვებები და მექანიზმი	56
3.3.2 თამაშის გადაწყვეტის კონცეფციის შეფასება	57
3.3.3 შედეგების შეფასება	58
3.6 სავარჯიშოები	59
თავი 4. რაციონალიზმი და საერთო ცოდნა	61
4.1 წმინდა სტრატეგიების დომინანტობა	61
4.1.1 დომინირებული სტრატეგიები	61
4.1.2 დომინანტური სტრატეგიის წონასწორობა	63
4.1.3 დომინანტური სტრატეგიული წონასწორობის შეფასება	63
4.2 ძლიერ დომინირებული წმინდა სტრატეგიების იტერაციული გამოკვლევის წესი (IESDS)	66
4.2.1 იტერაციული გამოკვლევა და საერთო ცოდნა, როგორც რაციონალობის პირობა	66
4.2.2 მაგალითი: კურნოს დუოპოლია	68
4.2.3 IESDS მეთოდის შეფასება	71
4.3. მოლოდინები, საუკეთესო რეაგირება და რაციონალიზმი	72
4.3.1 საუკეთესო პასუხი	72
4.3.2 მოლოდინისა და საუკეთესო პასუხის შესაბამისობა	75
4.3.3 რაციონალიზაცია	77
4.3.4 კურნოს დუოპოლია	78
4.3.5 “p-სილამაზის” კონკურსი	79
4.3.6 რაციონალიზაციის შეფასება	81
4.4 სავარჯიშოები	81
თავი 5. ნეშის წონასწორობა	84
5.1 ნეშის წონასწორობა წმინდა სტრატეგიებისთვის	85
5.1.1 ნეშის წონასწორობის პოვნა წმინდა სტრატეგიებისთვის თამაშის მატრიცის მიხედვით	87
5.1.2 ნეშის წონასწორობის, როგორც თამაშის გადაწყვეტის კონცეფციის შეფასება	89

5.2 ნემის წონასწორობა: ზოგიერთი კლასიკური მაგალითი -----	90
5.2.1 ორი ტიპის საზოგადოება -----	90
5.2.2 საერთოს ტრაგედია -----	91
5.2.3 კურნოს დუოპოლია -----	94
5.2.4 ბერტრანდის მოდელი -----	95
5.2.5 პოლიტიკური იდეოლოგია და კონკურენცია ამომრჩეველთა შორის -----	100
5.3 კოორდინირებული და არაკოორდინირებული თამაშები -----	102
5.3.1 კოორდინირებული თამაშები -----	102
5.3.2 არაკოორდინირებული თამაშები -----	105
5.4 ნემის წონასწორობის გამოყენება: პოლიტიკური ეკონომიკა -----	106
5.5 სავარჯიშოები -----	110
 თავი 6. შერეული სტრატეგიები -----	116
6.1 სტრატეგიები, მოლოდინები და მოსალოდნელი სარგებელი -----	117
6.1.1 სასრული სტრატეგიების სიმრავლე -----	117
6.1.2 სტრატეგიათა უწყვეტი სიმრავლე -----	119
6.1.3 მოსალოდნელი სარგებელი -----	120
6.2 ნემის წონასწორობა შერეული სტრატეგიებისთვის -----	123
6.2.1 მაგალითი: მონეტის თამაში -----	124
6.2.2 მაგალითი: ქვა, ქაღალდი, მაკრატელი -----	127
6.2.3 მრავალი წონასწორობა: წმინდა და შერეული -----	128
6.3 IESDS და რაციონალიზაცია -----	130
6.4 „არსებობის“ კრიტერიუმი ნემის თეორემაში, როგორც თამაშის გადაწყვეტის კონცეფციის ძლიერი ინსტრუმენტი -----	133
6.5 სავარჯიშოები -----	139

ნაწილი III. სრული ინფორმაციის დინამიკური თამაშები

თავი 7. თამაშის დიზაინი -----	144
7.1 ექსტენსიური ფორმის თამაში -----	144
7.1.1 თამაშის ხე -----	146
7.1.2 სრული თუ არასრული ინფორმაციის თამაში -----	151
7.2 სტრატეგიები და ნემის წონასწორობა -----	153
7.2.1 წმინდა სტრატეგია ექსტენსიური ფორმის თამაშში -----	153
7.2.2 შერეული თუ ბიჰევიორისტული სტრატეგიები -----	154
7.2.3 ექსტენსიური ფორმის თამაშის ნორმალური ფორმით წარმოჩენა -----	158
7.3 ნემის წონასწორობა და თამაშის გზა -----	160
7.4 სავარჯიშოები -----	162

თავი 8. ნდობის ფაქტორი და სეკვენსური რაციონალიზმი	166
8.1 სეკვენსური რაციონალიზმი და უკუსვლითი ინდუქცია	167
8.2 ქვეთამაში - ნეშის სრულყოფილი წონასწორობა	169
8.3 ქვეთამაშის ნეშის სრულყოფილი წონასწორობის მაგალითები	176
8.3.1 მრავალფეხას თამაში	176
8.3.2 სტეკელბერგის მოდელი	177
8.3.3 კარიბის ზღვის აუზის კრიზისი	181
8.3.4 დროსთან შეუთავსებელი პრეფერენციები	184
8.4 სავარჯიშოები	188
თავი 9. მრავალსაფეხურიანი თამაშები	194
9.1 თამაშის მექანიზმი	195
9.2 სარგებელი	196
9.3 სტრატეგიები და ურთიერთდამოკიდებული საფეხურები	197
9.4 ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა	199
9.5 ერთსაფეხურიანი გადახრის პრინციპი	206
9.6 სავარჯიშოები	208
თავი 10. განმეორებადი თამაშები	213
10.1 სასრული რაოდენობის განმეორებადი თამაშები	213
10.2 უსასრულოდ განმეორებადი თამაშები	216
10.2.1 სარგებელი	216
10.2.2 სტრატეგიები	218
10.3 ქვეთამაშის სრულყოფილი წონასწორობა	219
10.4 ფარული კოალიცია	224
10.5 სეკვენსური ინტერაქცია და რეპუტაცია	228
10.5.1 თანამშრომლობა, როგორც რეპუტაცია	228
10.5.2 მესამე მხარე, როგორც რეპუტაციის მექანიზმი	230
10.5.3 რეპუტაციის ტრანსფერი მესამე მხარის გარეშე	233
10.6 სახალხო თეორემა	234
10.7 სავარჯიშოები	241
თავი 11. სტრატეგიული ვაჭრობა	247
11.1 ვაჭრობის ერთი რაუნდი: ულტიმატუმის თამაში	250
11.2 ვაჭრობის ბევრი, მაგრამ სასრული რაოდენობის რაუნდი	251
11.3 უსასრულოდ განგრძობითი თამაშები	255
11.4 თეორიის გამოყენება. მოლაპარაკებები პარლამენტში	257
11.5.1 მოლაპარაკებების დახურული წესი	258
11.5.2 მოლაპარაკებების ღია წესი	260
11.5 სავარჯიშოები	264

ნაწილი IV. არასრული ინფორმაციის სტატიკური თამაშები

თავი 12. ბეის თამაშები	267
12.1 ბეის თამაშების სტრატეგიული რეპრეზენტაცია: მოთამაშეები, მოქმედებები, ინფორმაცია და პრეფერენციები	272
12.1.1 მოთამაშეები, მოქმედებები, ინფორმაცია და პრეფერენციები	272
12.1.2 მოლოდინის განახლება და საწყისი საერთო	274
12.1.3 სტრატეგიები და ბეის ნეშის წონასწორობა	276
12.2 ბეის თამაშების მაგალითები	279
12.2.1 თინეიჯერები და „ქათმოხანას“ თამაში	279
12.2.2 ჯგუფური სამუშაო	283
12.3 არაფექტიანი ვაჭრობა და არახელსაყრელი შერჩევა	287
12.4 კენჭისყრა კომიტეტში	291
12.5 შერეული სტრატეგიები. ჰარსანის ინტერპრეტაცია	295
12.6 სავარჯიშოები	296
 თავი 13. აუქციონები და სავაჭრო კონკურსები	301
13.1 ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი პიროვნული (კერძო) ღირებულებები	303
13.1.1 მეორე ფასის დალუქული შეთავაზების აუქციონები	304
13.1.2 ინგლისური აუქციონი	307
13.1.3 პირველი ფასის დალუქული შეთავაზებისა და დანიური აუქციონები	309
13.1.4 შემოსავლის ეკვივალენტურობა	313
13.2 საერთო ღირებულებები და „დატანჯული“ გამარჯვებული	317
13.3 სავარჯიშოები	320
 თავი 14. რესურსების განაწილების ინსტიტუციური მექანიზმი	324
14.1 მექანიზმის ბეის თამაშის სახით ჩამოყალიბება	324
14.1.1 მოთამაშეები	324
14.1.2 მექანიზმის დიზაინერი	325
14.1.3 მექანიზმი, როგორც თამაშის მოდელი	327
14.2 პრეფერენციათა გამოაშკარავების წესი	330
14.3 დომინანტური სტრატეგიები და ვიკრი-კლარკ-გრუვის მექანიზმი	333
14.3.1 დომინანტური სტრატეგიის იმპლემენტაცია	333
14.3.2 ვიკრი-კლარკ-გრუვის მექანიზმი	333
14.4 სავარჯიშოები	339

ნაწილი V. არასრული ინფორმაციის დინამიკური თამაშები

თავი 15. არასრული ინფორმაციის სეკვენსური რაციონალიზმი	340
--	-----

15.1 ქვეთამაშის სრულყოფასთან დაკავშირებული პრობლემა -----	340
15.2 სრულყოფილი ბეის ნეშის წონასწორობა -----	345
15.3 სეკვენსური წონასწორობა -----	351
15.4 სავარჯიშოები -----	353
თავი 16. სიგნალის გაგზავნის თამაშები -----	359
16.1 განათლება, როგორც სიგნალი. MBA თამაში -----	361
16.2 ფასდადების შეზღუდვა და ბაზარზე შესვლის ხელის შეშლა -----	366
16.2.1 სეპარაციული წონასწორობა -----	368
16.2.2 ერთობლივი წონასწორობა -----	375
16.3 ბეის სრულყოფილი წონასწორობის დაზუსტება სიგნალის გაგზავნის თამაშებში -----	378
16.4 სავარჯიშოები -----	382
თავი 17. რეპუტაციის დაგროვება -----	387
17.1 თანამშრომლობა სასრულად განმეორებად პატიმრების დილემის თამაშში -----	387
17.2 მკაცრი სავაჭრო პირობის დაყენება -----	391
17.3 „კარგი ბიჭის“ რეპუტაცია -----	402
17.4 სავარჯიშოები -----	408
თავი 18. ინფორმაციის ტრანსმისია და იაფფასიანი კომუნიკაცია -----	411
18.1 ინფორმაციის ტრანსმისია. სასრული თამაში -----	411
18.2 ინფორმაციის ტრანსმფორმაცია: მოთამაშის უსასრულო რაოდენობის ტიპი ---	416
18.3 მაგალითები: ინფორმაცია და საკანონმდებლო ორგანო -----	421
18.4 სავარჯიშოები -----	424
დანართები	
დანართი 1: მარტივი უმრავლესობა და თამაშთა თეორია ჯეიმს ბიუკენენისა და გორდონ ტალოკის მიხედვით -----	426
დანართი 2: მედიანური ამომრჩეველის თეორემა პრაქტიკაში -----	433
დანართი 3: ჯონ როლსის ფილოსოფია და თამაშთა თეორია -----	436
დანართი 4: პროფკავშირების გავლენა. დასაქმება და ხელფასები -----	440
დანართი 5: მონეტარული პოლიტიკის ზოგიერთი ასპექტი თამაშთა თეორიაში ----	444
დანართი 6. ეფექტიანი ხელფასების თეორია თამაშში -----	451
დანართი 7: სავაჭრო ტარიფები და არასრულყოფილი საერთაშორისო კონკურენცია -----	454
გამოყენებული ლიტერატურა -----	457

წინასიტყვაობა

ქართული წყაროები თამაშთა თეორიას განიხილავს, როგორც ოპტიმალური სტრატეგიის შესწავლის მათემატიკურ მეთოდს. თუმცა მათემატიკური მეთოდები დიდიხანია ინტეგრირდა ეკონომიკურ თეორიაში. როგორც ოპერაციათა კვლევის დამოუკიდებელი დარგი, თამაშთა თეორია 1944 წელს შეიქმნა და განსაკუთრებული აღიარება 1980-იანი წლებიდან მოიპოვა. ამავე პერიოდში არსებითად გაფართოვდა თამაშთა თეორიისა და მისი სწავლების არეალი მსოფლიოს ცნობილ უნივერსიტეტებში სოციალური მეცნიერებების და განსაკუთრებით, ეკონომიკური სპეციალობის სტუდენტებისთვის სამაგისტრო და სადოქტორო სწავლების დონეზე. ეკონომიკურ თეორიაში, თამაშთა თეორია ჩამოყალიბდა, როგორც სამი თეორიის ერთობლიობა: გადაწყვეტილების თეორია, ზოგადი წონასწორობის თეორია და მექანიზმის დიზაინის თეორია.

გადაწყვეტილების თეორია განიხილავს ერთი ადამიანის თამაშს ბუნების წინააღმდეგ. ძირითადი ყურადღება მახვილდება პრეფერენციებზე და მოლოდინების ჩამოყალიბებაზე. ერთ-ერთ ყველაზე გავრცელებულ მეთოდს წარმოადგენს მოსალოდნელი ღირებულების მაქსიმიზაცია მრავალნაირი მოხმარებისა და სარგებლის ფუნქციისთვის, სადაც სარგებელი დამოკიდებულია ბევრ სხვადასხვა ფაქტორზე. თეორია სიღრმისეულად იყენებს ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდებს, რომელთა მეშვეობითაც დგინდება ეკონომიკური შედეგები გაურკვეველ (არასრული ინფორმაციის) გარემოში.

ზოგადი წონასწორობის თეორია სწავლობს მოხმარებასა და წარმოებას, რომელშიც ჩართულია ბევრი მომხმარებელი და მწარმოებელი. იგი ფართოდ გამოიყენება მაკროეკონომიკურ ანალიზში და განიხილავს როგორც მონეტარული, ისე ფისკალური პოლიტიკის შედეგებს. სწავლობს საფონდო ბაზრების, სარგებლის განაკვეთების, სავალუტო კურსებისა და სხვ. ქცევას. დღეს, თანამედროვე პოლიტიკური ეკონომიკის შესწავლა შეუძლებელია რაციონალური მოლოდინებისა და ზოგადად, რაციონალიზმის ფაქტორის გათვალისწინების გარეშე, რომლის მიხედვითაც ეკონომიკის კერძო სექტორის მოდელი ინტეგრირდება ზოგადი წონასწორობის მოდელში, რის საფუძველზეც ყალიბდება კომპლექსური დინამიკურ-სტოქასტიკური ზოგადი წონასწორობის მოდელები, რომელთა დახმარებითაც ხორციელდება მიმდინარე და მომავალი სხვადასხვა ეკონომიკური მოვლენების გაანალიზება. ზოგადი წონასწორობის თეორიას ასევე აქტიურად იყენებენ პოლიტიკური მეცნიერებებიც, რომლებიც სწავლობენ ამომრჩეველთა და მთავრობის ქცევას და ცდილობენ შესაბამისი შედეგების პროგნოზირებას სწორედ თამაშთა თეორიის მეთოდების გამოყენებით. აღნიშნული მიმართულებით ხაზი უნდა გაესვას საჯარო არჩევანის თეორიის როლს.

მექანიზმის დიზაინის თეორია განსხვავდება წინა ორი თეორიისგან. როგორც გადაწყვეტილების თეორია, ისე ზოგადი წონასწორობის თეორია განიხილავს სიტუაციებს, რომელშიც

თამაშის წესები წინასწარგანსაზღვრულია. მექანიზმი, თამაშთა თეორიაში, წარმოადგენს სოციალურ ჯგუფს ან ინსტიტუტს და სწავლობს მის დიზაინს, იკვლევს მოქმედ წესებს და ადგენს მათ ეფექტიანობას.

რაოდენ პარადოქსულადაც უნდა ჩანდეს, ამ ეტაპზე, იშვიათად გვხვდება საქართველოს უმაღლესი სასწავლებლები, რომლებიც ასწავლიან თამაშთა თეორიას, როგორც სასწავლო კურსს თანამედროვე ეკონომიკურ, პოლიტიკურ, ბიზნესის ადმინისტრირებისა და სხვა სოციალურ მეცნიერებებში. უფრო მეტიც, ძალზე მწირია ქართულენოვანი სამეცნიერო ლიტერატურა, რომელიც დაინტერესებულ პირებს შეასწავლის ამ დარგის მიღწევებს. სამწუხარო რეალობაა, მაგრამ აღნიშნული მიმართულებით, ქართულენოვანი პუბლიკაციები გვხვდება მხოლოდ მათემატიკურ მეცნიერებებში ოპერაციათა კვლევების ნაწილში.

შორს ვართ იმ აზრისგან, რომ წინამდებარე სახელმძღვანელო მნიშვნელოვან გარღვევას მოახდენს საქართველოში, თუმცა, გვაქვს იმედი, რომ როგორც ერთ-ერთი პირველი მერცხალი, მოკრძალებულ წვლილს შეიტანს სოციალური მეცნიერებების და განსაკუთრებით, ეკონომიკის სწავლების განვითარების მიმართულებით. წიგნის სამიზნე აუდიტორიას წარმოადგენენ სოციალური მეცნიერებების სამაგისტრო და სადოქტორო სწავლების სტუდენტები, რომლებიც კარგად იცნობენ შემდეგ მათემატიკურ მეთოდებს: ა) სიმრავლეები და ძირითადი ოპერაციები სიმრავლეებზე; ბ) ფუნქციები, წარმოებული, ოპტიმიზაციის (მინი-მაქსის) მეთოდები, განუსაზღვრელი და განსაზღვრული ინტეგრალი, მატრიცებთან მუშაობა; გ) ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა.

ვისთვისაც უცხოა აღნიშნული მეთოდები, ვურჩევ საფუძვლიანად გაეცნოს ამ წიგნის შესავალ ნაწილს და პირველ რიგში, გაილრმაგოს ცოდნა მათემატიკაში.

წიგნი ეძღვნება ჩემს შვილებს: ლილე და ლალი ცომაიებს!